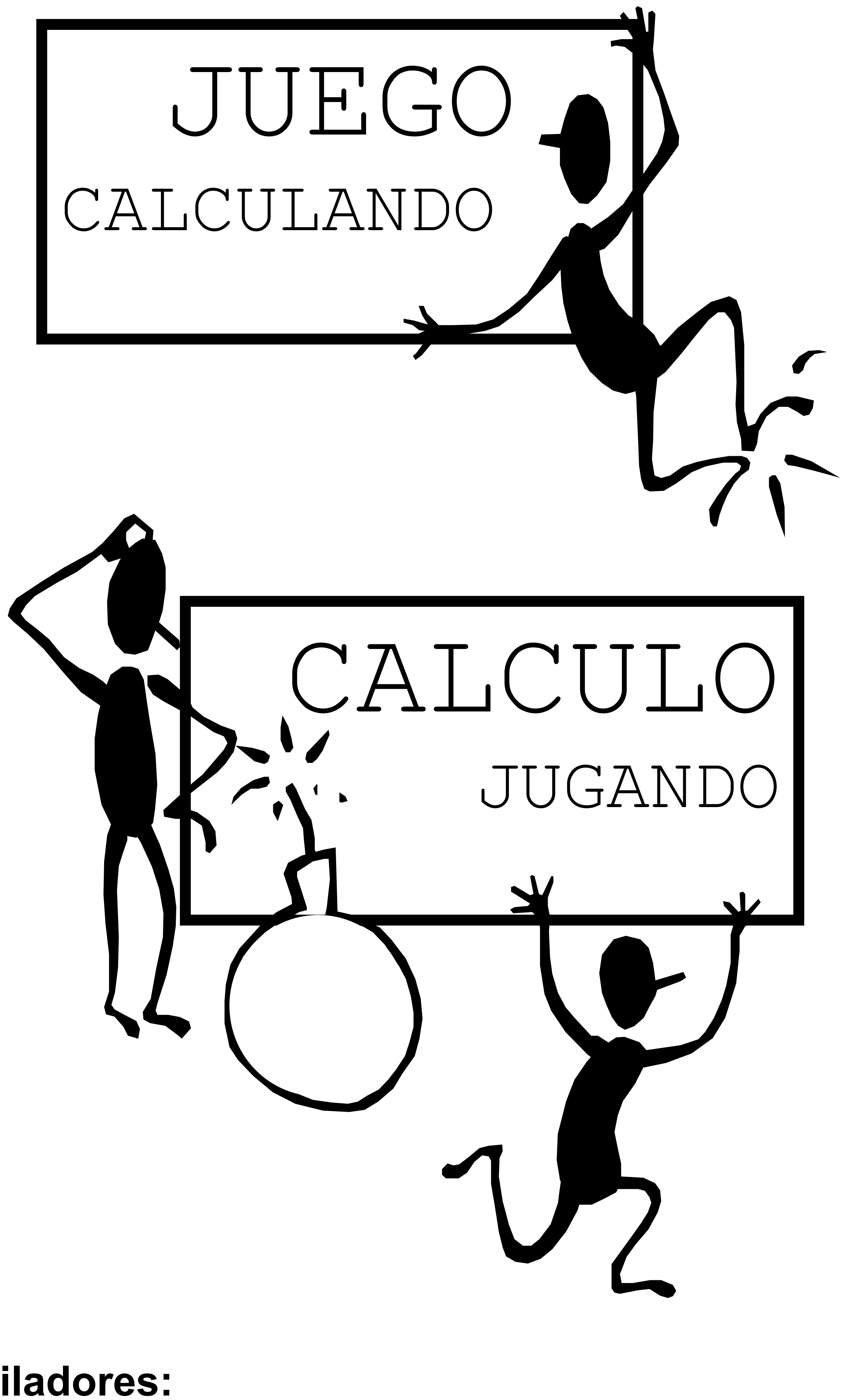
5º, 6º y 7º años de EGB

JUEGO CALCULANDO

CALCULO JUGANDO



Compiladores:
A.Rabino - A. Bressan - F. Gallego - B. Zolkower
Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

2004
FUNDACIÓN GEB GRUPO DE EDUCACIÓN BARILOCHE

Querido/a colega:

Estos cuadernillos pretenden ser una ayuda para el desarrollo de actividades de cálculo mental en tu aula.

Haz de coincidir con nosotros que, por lo general, en la escuela el cálculo mental es postergado frecuentemente para dejar paso al trabajo rutinario y mecánico con el cálculo escrito. Sin embargo, el cálculo mental, exacto y aproximado, posee propiedades que lo hacen fundamento de todo otro tipo de cálculo con significado, sea escrito o con calculadora, a la vez que constituye un componente esencial de lo que entendemos hoy por sentido numérico.

Las actividades que se incluyen en cada cuadernillo han sido diseñadas con miras a ayudar a tus alumnos a desarrollar habilidades de cálculo mediante el uso de estrategias que ponen en juego las propiedades de los números y de las operaciones tales como: descomponer números en forma conveniente; usar las combinaciones a 10 (1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, etc.) y los múltiplos y las potencias de 10; detenerse en la observación del valor de las cifras para combinar números; elaborar estrategias de compensación (lo que agrego a este sumando se lo debo quitar a otro, o sumar 9, 19,… ó 99 es lo mismo que sumar 10, 20,…ó 100 y luego restar 1, etc.); memorizar combinaciones básicas de las cuatro operaciones con números naturales, fracciones o decimales que sirvan de referentes para otros cálculos más complejos; usar propiedades de los números tales como la paridad y la divisibilidad; comprender los efectos de las operaciones sobre los números (por ejemplo, que al multiplicar un entero por una fracción o decimal menores que 1, el resultado obtenido es menor que el número inicial); entender cómo se modifican las operaciones a partir de modificar los números intervinientes; encontrar regularidades que abrevien los cálculos o generalizar propiedades numéricas que permitan anticipar resultados, etc.

Este cuadernilllo no está organizado en forma de secuencias didácticas graduadas por dificultad para los distintos años de la escuela primaria. Por lo tanto, queda en vos la tarea de seleccionarlas, organizarlas y adaptarlas según las necesidades que surjan en tu aula. Para los años más avanzados, la mayoría de las actividades pueden ser complejizadas mediante el uso de números mayores, fracciones o decimales en lugar de números naturales.

En la resolución de los problemas que aquí te proponemos, se enfatiza el cálculo mental, sin que esto implique descartar la utilización del cálculo escrito como apoyo a las operaciones mentales. Por ejemplo, al emplear una estrategia de factorización junto con las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación para resolver 45 x 72, el papel y lápiz puede usarse para ir tomando nota de los cálculos intermediarios: 9 x 5 x 9 x 8 = 9 x 9 x 5 x 8 = 81 x 40 = 80 x 40 + 40 = 3240. De lo que se trata es de evitar que el único recurso a utilizar frente a una cuenta dada sea el algoritmo convencional, haciéndose hincapié en cambio, en la elección por parte de los alumnos de estrategias que simplifiquen la operación u operaciones a realizar.

Una vez realizados los cálculos, y con miras a generar la discusión y la reflexión, se pueden plantear la siguientes preguntas:

. ¿Cómo pensaron los números?
. ¿Qué operaciones usaron?
. ¿Que ¨reglas¨ utilizaron? (viene muy bien escribirlas en carteles que queden a la vista para ser utilizadas por los alumnos en otras oportunidades)
. ¿Cuál de las estrategias propuestas hace más fácil el cálculo? ¿Y más corto? (pueden no coincidir)
. ¿Qué errores pueden producirse y cómo podemos remediarlos?

Para lograr buenos resultados en la enseñanza/aprendizaje del cálculo mental te recomendamos que:

- destierres la idea de que existe una única forma de calcular.
- realices vos misma/o las actividades que vas a utilizar antes de darlas a tus alumnos, anticipando posibles respuestas, errores y estrategias, para poder aprovecharlas al máximo durante la lección.
- valorices tanto las respuestas aproximadas como las exactas y pidas su fundamentación.
- crees un clima de confianza en el aula, propiciando el respeto por las ideas ajenas (incluidos los errores) y dando seguridad y promoviendo la autoestima de tus alumnos para que se animen a calcular mentalmente.
- realices actividades de cálculo mental no menos de tres veces a la semana (en mini-lecciones de 10 a 15 minutos) e incluyas dicha forma de cálculo, exacto y estimativo, cada vez que sea pertinente, al trabajar con cálculo escrito, con calculadora o con problemas.
- te ejercites vos mismo/a esforzándote por calcular mentalmente y de diversas maneras tanto en la escuela como fuera de ella, lo cual te permitirá apreciar y comprender mejor las estrategias de cálculo de tus alumnos.

Te deseamos el mayor de los éxitos

Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

QUINTOS, SEXTOS Y SÉPTIMOS AÑOS DE EGB

1. JUEGOS

1. 1.Juego del Millón *(Cálculo mental. Estimación)*

Material: Cartas con los nueve primeros múltiplos de las distintas potencias de diez (desde 10^0 hasta 10^6).

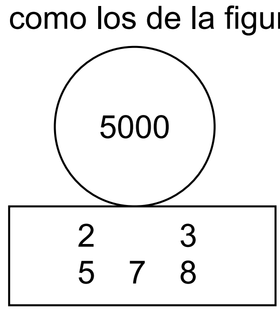
Cartas: 0, 1, 2, 3..... .10, 20, 30, 40......., 100, ...500, ...800, 1 000, ...3 000, ...
...10 000, ...40 000, ... 100 000, 200 000,.......500 000,........ 1 000 000.

Objetivo: Los jugadores tratarán de aproximarse al millón sin pasarse.
Reglas de juego: El jugador que reparte distribuirá una carta para cada jugador. Esta carta sólo la ve el jugador que la recibe.
Cada jugador puede continuar pidiendo cartas hasta que considere que está lo suficientemente próximo al millón y que una carta más lo puede descalificar por pasarse del millón.
Las sucesivas cartas que se dan deben estar boca arriba o bien, si se quiere, recibir una boca abajo y las restantes deben estar a la vista.
Cuando todos los jugadores se han plantado, se ven y valoran las cartas de cada uno de los jugadores.
Gana el jugador que más se acerque al millón y se descartan los que se pasaron.

Variante: acercarse a 1, utilizando fracciones y decimales.

1.2. El producto de los intentos *(Estimación)*

Materiales: tarjetas y discos como los de la figura. Calculadora



Objetivo: Partiendo de un número que elige el jugador que comienza, por ejemplo 7, el jugador tratará de formar un número con los dígitos del rectángulo, que al multiplicarlo por 7 se aproxime al número del disco.
Reglas de juego:
- Solo están permitidos dos intentos.
- En el segundo intento el jugador sólo puede variar uno de los dígitos del primer intento.
- Gana el que más se aproxime

Ejemplo:
Primer intento: 7 x 753 = 5271
Segundo intento: 7 x 723= 5 061
Puntos = 61

1.3. Sólo Vale Multiplicar *(Uso de calculadora. Estimación)*

Materiales:
9 cartones con los números 100, 200, 300, 400,.........900
Una caja para contener los cartones.
Los alumnos contarán con una calculadora.
Objetivo: aproximarse al número del cartón, utilizando solo las teclas $\boxed{}$ x $\boxed{}$ = con un tiempo máximo de 1 minuto.
Los alumnos escriben un número de 4 cifras en su calculadora. El docente saca un cartón de la caja y lo lee en voz alta.
Los alumnos deberán aproximarse a ese número utilizando sólo las teclas: x e =; mientras escribirán toda la secuencia en lápiz y papel.

Ejemplo:

El alumno ingresa 8 356 y el docente saca 300.
x 0,1 = 835,6
x 0,5 = 417,8
x 0,7 = 292,46
x 1,5 = 292,46
x 0,98 = 307,83

1.4. De tarjeta a tarjeta *(Multiplicación. Aproximación)*
Se juega entre dos.
Objetivo: cada uno elige una tarjeta. Uno, desde su tarjeta, debe llegar a la tarjeta del otro multiplicando.
Por ejemplo, un jugador saca el 5 y el otro tiene el 100. Multiplicando por 20 el 5 se llega a 100.
O, uno saca el 50 y el otro tiene el 5 ¿Por qué número multiplicar el 50 para obtener 5?
Se puede usar la calculadora.
Un ejemplo de los valores que pueden tener las cartas:

0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,25	0,375	0,4	0,5
0,6	0,75	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5
4	5	8	10	12	20	25	30	15
36	40	45	48	50	60	75	100	125
150	225	250	300	360	500	1000	1250	1500

2. ADIVINANZAS *(Ecuaciones. Orden de las operaciones. Uso de paréntesis)*

2.1 Pídele a un amigo que piense un número. Cuando lo haya pensado se le pide que lo multiplique por dos, que al resultado le añada 2 unidades, que a este nuevo resultado lo multiplique por 5, y que a este resultado le reste un número que le damos, menor que 10, y que en cada caso puede ser distinto.
A continuación se le pregunta qué resultado obtuvo y podrás adivinar el número que pensó ya que la última cifra será la diferencia hasta 10 del número que le habías dado para restar, y la cifra anterior o anteriores, si ha pensado un número de más de un dígito, será el número que ha pensado.
Ejemplo:
Piensa el número 12.
12 x 2 = 24
24 + 2 = 26
26 x 5 = 130
130 – 4 = 126
El número pensado es 12 y 6 es la diferencia entre 4 y 10.
(Demostración para el maestro y alumnos que lo requieran: Supongamos que el número pensado es a y el número sugerido es b, hacemos (2.a + 2) . 5 – b = 10a + 10 – b, donde a son las decenas y las unidades es la diferencia entre 10 y b, pensando este resultado en su descomposición polinomial.)

2.2 Pídele a un amigo que piense un número (llámalo x), y díctale las siguientes instrucciones: a ese número multiplícalo por 10, añadile 20, multiplícalo por 10 y sumale 165. Al resultado restale 365. Pregúntale el resultado y dale el valor de x. Éste siempre terminará en dos ceros (ver demostración), entonces el número pensado será el resultado sin tener en cuenta los dos últimos ceros. Por ej. Si pensó 2 dará 200.
(Demostración: (10x + 20). 10 + 165 – 365 = 100x + 200 + 165 – 365 = 100x).

2.3 Pide a un compañero que piense un número (x) y cuando lo haya hecho que te diga si es par o impar. Si el número pensado es par indicale que lo multiplique por 3, que al resultado lo divida por 2 y luego, a lo que le da lo multiplique por 3. A continuación deberá dividir el resultado por 9 y decirnos qué nos da. Bastará con que tu dobles el resultado de la última división para saber el número pensado.
Si el número pensado es impar se ordenan las mismas operaciones, pero en primer lugar, se pide que al número pensado se añada una unidad y tú al final restarás esa unidad.
(Demostración: Si el número es par se puede escribir como 2x, siendo x la mitad del número pensado. Entonces: (2x . 3 : 2 . 3) : 9 = x. Con lo que, con sólo multiplicar por 2 ese resultado se obtiene el número pensado.

Si el número es impar se puede expresar como 2x + 1. Entonces: ((2x + 1) . 3 : 2 . 3) : 9 = x + 1. Restándole una unidad al resultado obtienes el número x)

Nota: Como se puede ver en las demostraciones, se puede lograr el resultado que se desee, siempre "jugando" con los números opuestos e inversos y adecuando las operaciones con el uso de paréntesis. De esta manera se pueden inventar nuevas adivinanzas, y enseñarles a los alumnos como crearlas.

2.4. Estoy pensando en un número n.............¿cuál es?

a) n > 4 x 8
n < 6 x 6
n es múltiplo de 5
n = ...

b) n < 48 : 8
n es un número par
n > 18 : 9
n = ...

c) n < (45 : 5) + 1
n es un número primo
n es múltiplo de 2
n = ...

2.5. Estoy pensando en un número n..........¿cuál es?

n > (1/2 de 100)
n < 100
n es un número cuadrado
n es par
n = ...

2.6. Estoy pensando en dos números, n y m.......¿cuáles son?

a) n < 5
n + 3 > 6
n x 3 = m
n =..........., m = ...

b) n + n + n = m
n x n = m
n = ..., m = ...

c) n + m = 5
n x 4 = m
n = ..., m = ...

d) n x m = 0
m^2 = 16
n = ..., m = ...

m^2 significa m x m

2.7. ¿Puedes resolver este acertijo? "T" ya está hecho.
Una letra sobra y no pertenece al acertijo.

....	....	....	....	....	....	T	....
0	1	2	3	4	5	6	7

T: es múltiplo de 2 y es mayor que 3
M : es mayor que 10 : 5 y es menor que T – 2
U : es múltiplo de 5 y es mayor que M
R : M + T – 2 = R
Y : T : M = Y
L : U x L = U
O : es mayor que T – M y es menor que 5
H : H – O = M
P : U – U = P

2.8. Adivinar dos números a la vez
-Piensa dos números comprendidos entre 1 y 9.
-Multiplica el primer número por 2.
-A este resultado, súmales 8.
-Multiplica este último resultado por 5.
-A este resultado súmale el segundo número que elegiste al comenzar.
-Del total resta 40.
¡Siempre dará un número cuyas cifras serán los dos números pensados! ¿Te animas explicar por qué?
Ahora pídele a cualquier amigo que piense dos números y que después de todos los cálculos diga el resultado. Lo sorprenderás adivinando los dos números que pensó.

3. <u>TABLAS, TABLEROS Y DIAGRAMAS</u> *(Manejo de tablas. Cálculo mental. Propiedades de la suma. Regularidades numéricas. Sumas a 1000. Operaciones directas e inversas).*

3.1. El sabueso

El primer tablero, ocupado completamente con números, es un problema ya resuelto. Empezando por el 2 y terminando en el 37, hay un camino que avanza por número consecutivos, de una casilla a otra vecina horizontal o vertical (nunca diagonal), y que pasa por todas las casillas (pintar el recorrido con un lápiz de color). El otro tablero es un problema a resolver. En él también hay un recorrido como el anterior, aunque de él sólo aparezcan algunas "pistas" y el resto sea invisible. La cuestión, justamente, es seguir las pistas hasta descubrir el recorrido completo. Un recorrido puede empezar en cualquier número del 1 al 25, aunque al comienzo no sepas en cuál, ni dónde está ese número.

30	29	28	27	24	23
31	34	35	26	25	22
32	33	36	37	20	21
9	10	13	14	19	18
8	11	12	15	16	17
7	6	5	4	3	2

			17		
					12
	21				
		41			
				46	
31					

3.2. Suma total

¿Cuánto da la suma total de los números de este tablero?

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

Si se amplía el tablero: ¿cuáles serán los números de la próxima fila? ¿Cuánto dará la suma del tablero?¿Cómo se puede averiguar cuánto dará la suma de los números de cualquier fila?

3.3 Corre…el tiempo

¿Cuántos minutos tardas en averiguar si la suma total de los números de este tablero es mayor o menor que 200?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Después de que los chicos comenten cómo resolvieron se pueden agregar preguntas como en el ejercicio anterior.

3.4 El tablero que suma 1000 *(Estimación. Compensación. Sistema decimal)*

Suma 1000 usando tantos casilleros contiguos como necesites. Escribe las sumas que obtengas en forma de fragmento del tablero (piezas de un rompecabezas), como una lista de sumas horizontales y verticales o usando la recta numérica abierta.

128	212	418	600	399	210
244	[illegible]	?5	1	51	690
628	[illegible]	499	299	49	20
305	500	85	80	900	10
205	525	110	602	101	46
310	90	170	98	299	603

600 | 399
1
+1
+600
399
400
1000

Ejemplo:

<u>Variante A</u>: No puedes usar los casilleros más de una vez.
<u>Variante B</u>: Puedes usar los casilleros todas las veces que quieras.

3.5. Inventa tu propio tablero de 4 x 4 para hacer sumas que den 500.

3.6. Encuentra todas las maneras posibles de sumar 1000 puntos tirando dardos en el tablero (puedes usar todos los dardos que quieras).

a)

250	190
140	60

125	200
275	375

100	450
150	250

b)

250	150
300	200

60	200
140	300

125	175
75	200

3.7. Completa las siguientes tablas de multiplicar:

x	95		55
5			
	190		
20		160	

x		40	
	100		200
9			
8	80		160

x	5		8
	200		
20		120	
			80

x	600		
	1200		
5		300	
	6000		60

x			
	250	500	750
	300		
	350		

x			

X	6	7	8
10	60		
5			
6			48

X	5	6	
3			
7			56
	50		

X	3		7
	9		21
4		20	
			35

X	3	5	8
	9		
		20	
			48

X	8		6
	40		
		18	12

X		9	
	4		
		18	10
	24		30

X		3	
	12	6	
7			
		24	40

X			
		30	35
		48	
	36		63

3.8. Completa los siguientes diagramas :

a)

2	2,75	
1,5	2,25	

↑ +0,5

→ +0,75

b)

9,5	8,75	
10	9,25	

↑ -0,5

→ -0,75

c)

3,15	3,5	
	3,45	

↑ +0,05

→ +0,35

d)

	3,5	
		3,8

↑ -0,45

→ -0,15

e)

		5

↑ +0,05

→ +0,35

3.9 Completa los siguientes diagramas

a)

12	7,2	
30	18	

↑ x 0,4

→ x 0,6

b)

20	40	
4	8	

↑ : 0,5

→ : 0,2

c)

6	2,4	
	4,8	

↑ x 0,5

→ x 0,4

d)

	2	
	0,2	0,1

↑ : 0,1

→ : 2

e)

20	40	
4	8	

↑ x 0,25

→ x 0,4

¿Qué sucede cuando se multiplica un número natural por un decimal?
¿Y cuando se multiplica un decimal por un decimal?

3.10. Completa el cuadro con los signos de multiplicación o de división que deberían ir para que las operaciones, tanto en vertical con el horizontal, arrojen los resultado indicados.

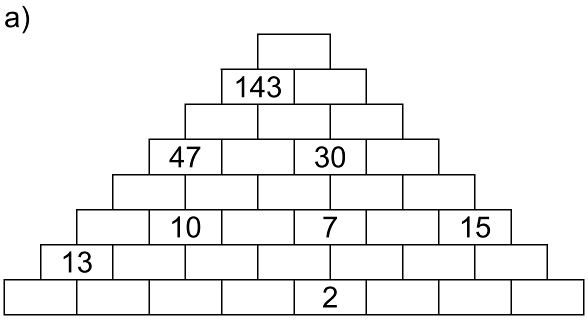
9		**3**		**2**	**6**
3		**2**		**2**	**3**
9		**3**		**1**	**3**
3		**2**		**1**	

4. <u>PIRÁMIDES</u> *(Suma y multiplicación y sus inversas).*

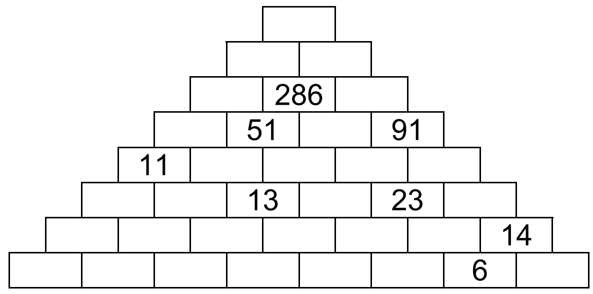
Las pirámides pueden ser de suma o de multiplicación. Para completar una pirámide se debe tener en cuenta que dos "ladrillos" consecutivos de una fila se deben sumar (o multiplicar) para obtener el que está encima de esos dos.

4.1. Completa las siguientes pirámides de suma. Puedes colocar un número de una o más cifras en cada casillero:

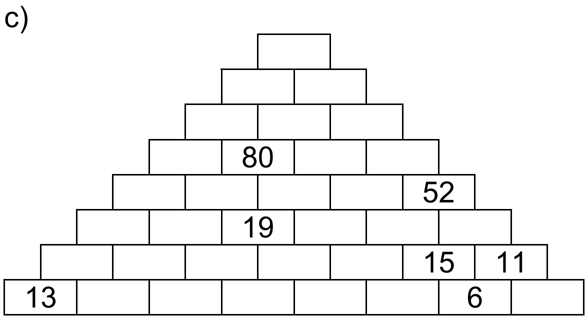
a)



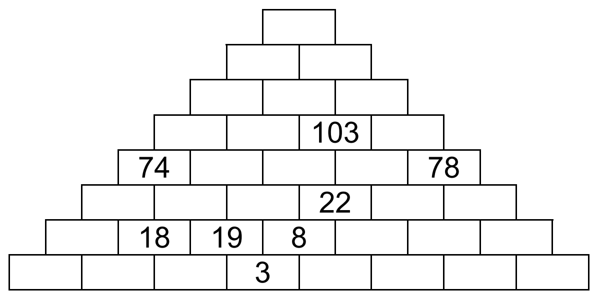
b)



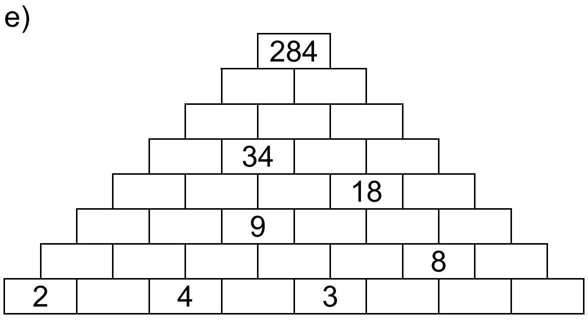
c)



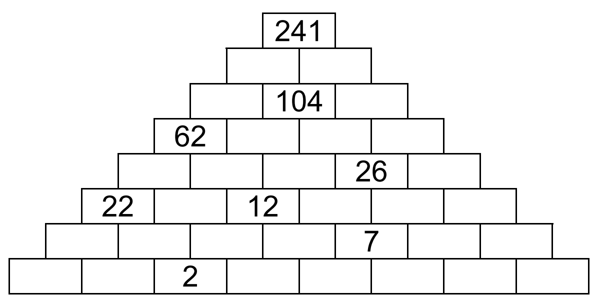
d)



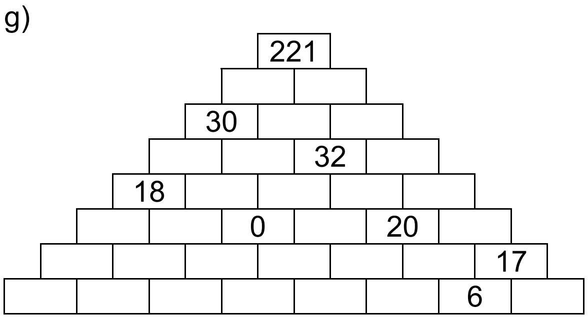
e)



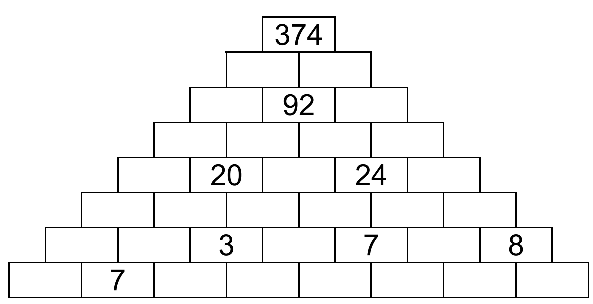
f)



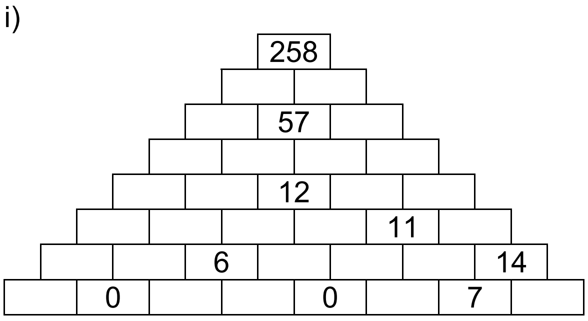
g)



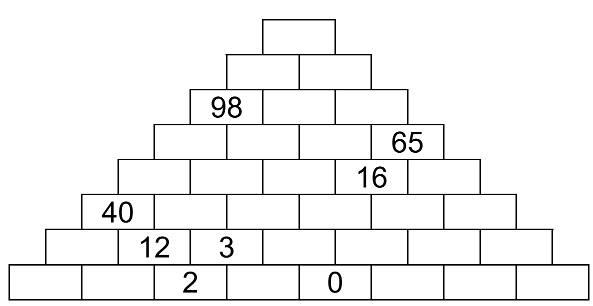
h)



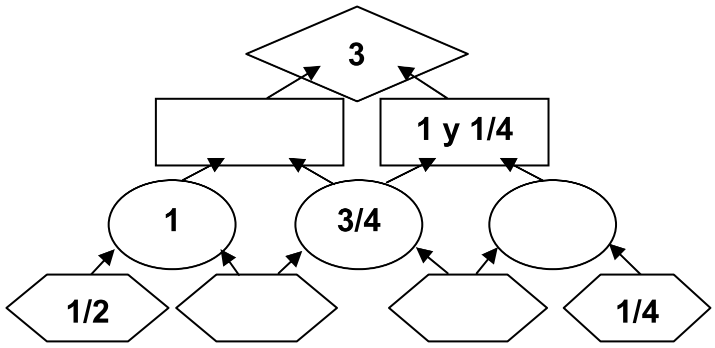
i)



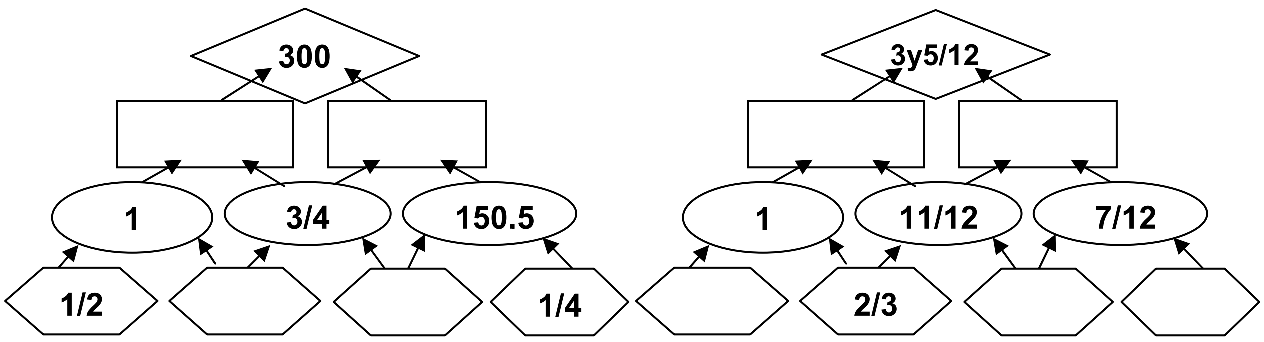
j)



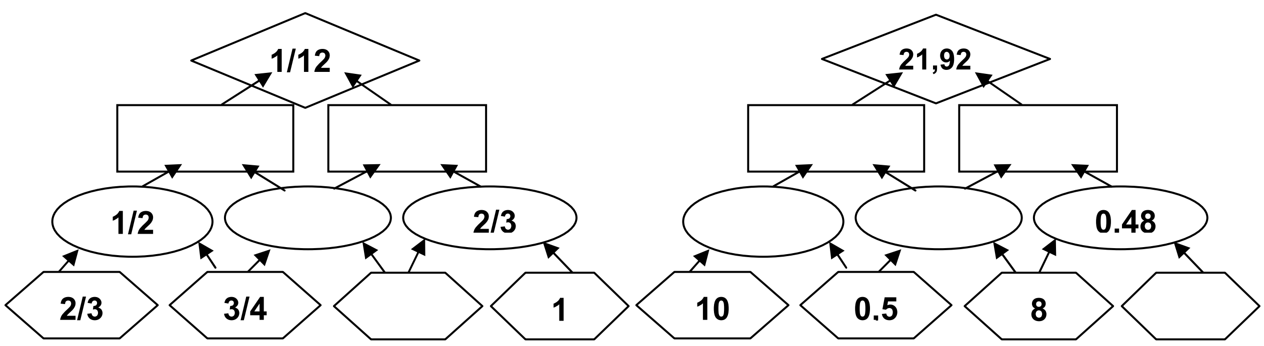
4.2. Resuelve las siguiente pirámide de suma:



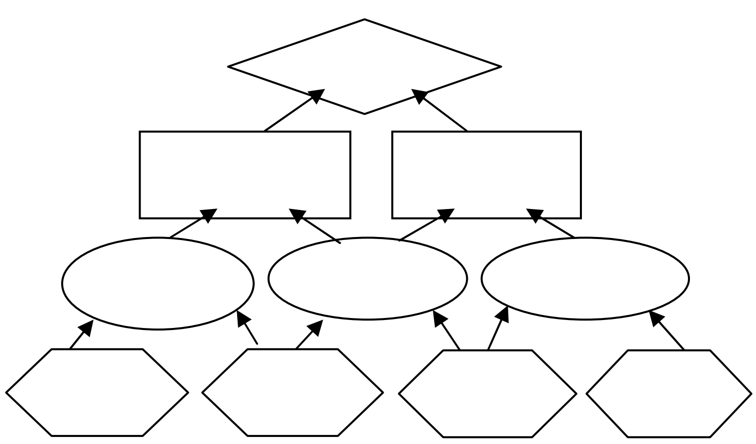
4.3. Resuelve las siguientes pirámides de suma:



4.4. Resuelve las siguientes pirámides de multiplicación:



4.5. Inventa una pirámide de suma y una de multiplicación que involucren números decimales y/o fracciones.



5. CUADRADOS MÁGICOS *(Regularidades numéricas. Cálculo mental).*

Un cuadrado mágico es un cuadrado con n filas y n columnas. Cada casillero debe completarse con los números desde 1 hasta n^2, sin repetir ningún número, de tal manera que la suma de todas las filas, todas las columnas y las dos diagonales mayores den siempre el mismo resultado.

5.1. Completar los siguientes cuadrados mágicos

a)

	6	3	16
4		10	5
	1	8	
7	12		

b)

		12	1
		7	
3	10	6	
16	5	9	

c)

	12	13	2
14			11
4			5
9	6	3	

d)

8	11		
			12
3		9	6
10	14	15	

5.2. Otros más!

a)

9	2		18	11
3	21	19	12	10
	20		6	
16		7		23
15	8		24	17

b)

17		1		15
	5		14	
4		13		22
	12	19	21	
11	18		2	9

5.3. Cuadrado mágico de 4 x 4.
Colocar en los cuadros los números del 0 al 15 de modo que en todas las horizontales, verticales y diagonales sumen 30.

5.4. Cuadrado mágico de 4 x 4.
Colocar en los cuadros los 16 primeros números pares de modo que en todas las horizontales, verticales y diagonales sumen 68.

5.5. Cuadrado mágico de 4 x 4.
Anotar en cada casilla una cifra del 1 al 4, repitiéndola cuatro veces de modo que en todas las horizontales, verticales y diagonales sumen 10.

5.6. Cuadrado mágico de 8 x 8.
Anotar en cada casilla una cifra del 1 al 4, repitiendo cada una las veces que sea necesario de modo que en todas las horizontales, verticales y diagonales sumen 20. Por otra parte, en uno de sus sentidos, cada diagonal deberá estar formada por el mismo número repetido.

5.7. Cuadrado mágico de 3 x 3.
Anotar en cada casilla los primeros números en progresión doble (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...) de modo que en todas las horizontales, verticales y diagonales el producto sea 4096.

6. CADENAS *(Resolver cálculos con diversas estrategias usando relaciones numéricas que los vinculan).*

6.1 Resolver los siguientes cálculos aprovechando los resultados que se van obteniendo antes o los ya conocidos.

a) 767 + 7 =	981 + 9 =	155 + 6 =
767 + 20=	981 + 40 =	155 + 30 =
767 + 60 =	981 + 80 =	155 + 70 =
767 + 26=	981 +49 =	155 + 76 =
767 + 37 =	981 + 28 =	155 + 48 =
b) 324 – 8 =	493 – 5 =	236 – 8 =
324 – 20 =	493 – 40 =	236 – 30 =
324 – 50 =	493 – 60 =	236 – 60 =
324 – 58 =	493 – 65 =	236 – 68 =
324 – 36 =	493 – 74 =	236 – 42 =

6.2 Por parejas: sumando

a) 35 + 35 =	c) 200 + 200 =	e) 375 + 125 =
235 + 235 =	199 + 199 =	375 + 126 =
b) 300 + 200 =	d) 430 + 430 =	f) 800 + 150 =
320 + 270 =	428 + 428 =	807 + 150 =

6.3 Por parejas: restando

a) 600 – 350 =	c) 750 – 250 =	e) 825 – 125 =
615 – 350 =	750 – 258 =	825 – 127 =
b) 80 – 25 =	d) 82 – 36 =	f) 650 – 150 =
180 – 125 =	820 – 360 =	658 – 150 =

6.4 Calcular y luego controlar con la calculadora

9999 + 1 =	33.333 - 2 =
9999 + 10 =	33.333 - 20 =
9999 + 100 =	33.333 - 200 =
9999 + 1.000 =	33.333 - 2.000 =
9999 + 10.000 =	33.333 - 20.000 =

6.5. Calcular sin contar

a) 99 + 1 =	33 - 2 =	b) 88 + 2 =	44 - 3 =
999 + 10 =	333 - 20 =	888 + 20 =	444 - 30 =
9.999 + 100 =	3.333 - 200 =	8.888 + 200 =	4.444 - 300 =
99.999 + 1000 =	33.333 - 2.000 =	88.888 + 2.000 =	44.444 - 3.000 =
999.999 +10.000 =	333.333 -20.000 =	888.888 + 20.000 =	444.444 - 30.000 =

c) 77+ 3 =	77 - 4 =
777 + 30 =	777 - 40 =
7.777 + 300 =	7.777 - 400 =
77.777 + 3.000 =	77.777 - 4.000 =
777.777 + 30.000 =	777.777 - 40.000 =

6.6. Cadenas de sumas

A	**B**	**C**
148 + 276	275 + 725	125 + 125
158 + 276	280 + 720	120 + 130
1158 + 376	1275 + 725	119 + 129
1160 + 374	2550 + 1450	169 + 179
1660 + 274		170 + 180
1630 + 274		175+185
		275 + 86
		295 + 186

D	**E**	**F**
30 + 57	124 + 30	199 + 250
37 + 50	200 + 30	199 + 257
42 + 45	200 + 42	197 + 259
42 + 145	191 + 42	299 + 157
242 + 49	190 + 50	499 + 157
240 + 149	380 + 50	499 + 260
	380 + 25	519 + 260

6.7 Más cadenas de suma:

A	B	C
169 + 37	3257 + 208	36 + 49
269 + 37	1257 + 158	136 + 51
270 + 140	2057 + 158	46 + 41
237 + 69	3250 + 108	156 + 41
1037 + 269	3500 + 102	186 + 11
1037 + 70	4500 + 802	386 + 21
	(DÍFICIL) 4759 + 706	386 + 27
	4760 + 706 + 197	327 + 86

D	E	F
100 + 25	125 + 175	1550 + 4378
50 + 75	127 + 173	2550 + 4378
250 + 25	223 + 177	2550 + 4278
200 + 50	225 + 177	2050 + 4378
675 + 50	225 + 190	5550 + 4378
200 + 25	305 + 110	3550 + 4478
675 + 50 +25	304 + 109	3050 + 4978
250 + 250	299 + 114	3050 + 4778
250 + 375		
750 + 250		

6.8. Cadenas de resta:

A	B	C
3000 – 24	500 - 259	145 – 29
3030 – 24	600 - 259	142 – 29
3000 – 34	500 - 209	145 – 109
3100 – 34	1600 - 259	145 – 119
		135 – 119
		125 – 119
		1025 - 129

D	E	F
3900 – 19	100 - 19	700 – 35
3900 – 48	1000 - 190	700 – 45
3700 – 48	1200 - 190	1000 - 45
3800 – 480	1200 - 186	1550 - 45
3800 – 1480	1204 - 190	3000 - 65
3835 – 148’	1204 - 193	3500 - 65
3860 – 1505	1205 - 194	4000 - 69
3880 – 1485	1207 - 192	4010 - 69

6.9. Más cadenas de resta:

A	B		C
10000 – 936	53 - 23	83 - 51	2000 - 19
10000 – 941	83 - 23	53 - 33	2000 - 29
9970 – 941	53 - 26	33 - 23	2000 - 59
9979 – 941	83 - 26	66 - 26	1999 - 20
9979 – 934	83 - 56	33 - 29	1000 - 19
9969 – 934	53 - 29	66 - 31	1900 - 19
9969 – 914	83 - 59		950 - 19
9966 – 914	53 - 31		2000 - 18
9956 – 914	SIGUE		
9956 – 907			

6.10. Cadenas de multiplicación:

A	B	C
14 x 7	147 x 7	6 x 6
28 x 7	147 x 49	10 x 6
84 x 7	147 x 50	16 x 6
84 x 70	47 x 50	32 x 6
140 x 70		32 x 7
1400 x 70		33 x 7
700 x 70		33 x 8
2800 x 70		
2800 x 140		

D	E	F
26 x 20	19 x 3	40 x 35
26 x 21	19 x 6	20 x 70
260 x 21	19 x 7	200 x 70
130 x 21	20 x 7	200 x 35
132 x 21	21 x 7	600 x 35
44 x 63	21 x 14	1200 x 35
630 x 44	21 x 15	1200 x 350
63 x 88	18 x 15	1200 x 700
	18 x 30	

G	H	I
10 x 10	5 x 6	15 x 20
5 x 5	20 x 6	30 x 20
20 x 5	40 x 6	30 x 40
20 x 20	40 x 60	15 x 40
15 x 20	40 x 59	32 x 40
15 x 25	39 x 59	30 x 44
20 x 30	39 x 58	15 x 44
20 x 3	78 x 29	30 x 22
19 x 3	780 x 290	45 x 60
19 x 30	7,8 x 2,9	15 x 10

6.11. Más cadenas de multiplicación:

A	B	C
7 x 3	21 x 32	10 x 10
17 x 3	42 x 32	10 x 11
34 x 3	42 x 16	20 x 10
7 x 30	420 x 16	20 x 9
17 x 2		19 x 11
70 x 3		20 x 21
35 x 3		20 x 210
3,4 x 3		

D	E	F
25 x 5	5 x 4	18 x 5
25 x 15	10 x 4	36 x 5
5 x 15	15 x 2	36 x 50
7 x 15	30 x 10	35 x 50
12 x 15	31 x 10	350 x 50
37 x 16	31 x 8	350 x 500
30 x 16	40 x 8	
3 x 160	40 x 9	

6.12. Calcular comparando:

2 x 1,95 =	2 x 3,6 =	10 x 1,25 =	10 x 6,8 =
4 x 1,95 =	4 x 3,6 =	5 x 1,25 =	5 x 6,8 =
8 x 1,95 =	8 x 3,6 =	20 x 1,25 =	20 x 6,8 =
10 x 1,95 =	10 x 3,6 =	40 x 1,25 =	100 x 6,8 =
20 x 1,95 =	5 x 3,6 =	100 x 1,25 =	50 x 6,8 =

6.13. Calcular comparando

2 x 4,5 =	5 x 7 =	4 x 6,3 =	1,5 x 12 =
0,2 x 4,5 =	5 x 0,7 =	8 x 6,3 =	1,5 x 1,2 =
12 x 4,5 =	15 x 0,7 =	0,8 x 6,3 =	3 x 1,2 =
1,2 x 4,5 =	1,5 x 0,7 =	0,4 x 6,3 =	30 x 1,2 =

6.14.

30 x 27 =	
30 x 54 =	
54 x 30 =	
53 x 30 =	53 x 31 =
53 x 29 =	53 x 62 =
52 x 2,9 =	62 x 53 =
2,9 x 51 =	6,2 x 5,3 =
2,9 x 50 =	124 x 53 =
5,8 x 25 =	124 x 26 ½ =
25 x 5,7 =	12,4 x 265 =
5,6 x 25 =	12,4 x 530 =
1,4 x 100 =	3,1 x 530 =
1,4 x 20 =	3,0 x 530 =
14% de 20 =	0,3 x 530 =
70% de 20 =	30% de 530 =
0,7 x 20 =	3 x 53 =
28 x 20 =	3 x 26,5 =
28 x 30 =	3 x 27 =

7. CÁLCULO MENTAL Y APROXIMADO

7.1. Efectúa mentalmente los siguientes cálculos. Obtenidos los resultados, explica por escrito cómo fueron pensados.

a) 298 - 88 c) 320 x 0,05 e) 3600 x 0,25

b) 179 + 1067 d) 431 x 29 f) 5931 : 3

7.2. Completa el casillero

a)

8 x □ = 80	□ x 8 = 160	□ x 12 = 24	80 : □ = 8
□ x 9 = 180	9 x □ = 720	□ x 12 = 48	180 : □ = 9
8 x 30 = □	30 x 7 = □	12 x □ = 60	□ : 8 = 30
3 x □ = 270	□ x 8 = 320	12 x 6 = □	270 : □ = 90
4 x □ = 320	4 x □ = 360	□ x 12 = 96	□ : 80 = 4

b)

640 : □ = 8	24 : □ = 12	35 0 + □ = 800	800 - □ = 350
□ : 8 = 90	48 : 12 = □	□ + 125 = 400	□ - 125 = 275
□ : 3 = 70	□ : 12 = 5	375 + 250 = □	625 - □ = 250
320 : □ = 8	72 : □ = 12	525 + □ = 900	□ - 525 = 375
270 : □ = 3	□ : 12 = 8	675 + □ = 1000	□ - 675 = 325

7.3. Extra

a)

```
  3 □ 7        □ 2 7        □ □ 3
+ 4 2 □      + □ □ 9      +   3 □ □
-------      -------      ---------
  7 7 5        8 1 8        7 1 1
```

b)

```
  4 8 □        □ 0 8        □ □ 3
- 1 □ 4      - 3 6 □      - 2 5 □
-------      -------      -------
  3 3 8        3 4 1        3 7 2
```

7.4. Halla la suma de los valores de los cuatro casilleros pero encuentra, en cada caso, una regularidad que permita simplificar los cálculos. Indica la operación realizada.

a)

40	80
120	160

....

110	220
330	440

....

70	140
210	280

....

125	250
375	500

....

b)

75	75
75	75

....

115	115
115	115

....

190	190
190	190

....

245	245
245	245

....

c)

80	160
240	320

....

120	240
360	480

....

75	150
225	300

....

140	280
420	560

....

7.5. ¿Cuántos casilleros de 1000 puedes formar con cada grupo de casilleros?

a)

750	225	275
150	250	250
500	250	250
125	125	300
250	300	125
100	350	300

b)

100	200	100
400	650	50
500	125	100
125	250	150
100	250	350
450	200	500

c)

125	375	100
225	275	100
225	275	100
100	100	350
100	250	300
100	200	250

7.6. ¿Cuánto suma cada “cruz”? Simplifica los cálculos lo más que puedas.

a)

	130		
130	120	120	130
	120	120	
	130		

……………………

b)

	115		
115	85	85	115
	85	85	
	115		

……………………

c)

	115		
115	115	115	115
	115	115	
	115		

……………………

d)

	85		
85	65	65	85
	65	65	
	85		

……………………

e)

	125		
125	225	225	125
	225	225	
	125		

……………………

f)

	1250		
1250	750	750	1250
	750	750	
	1250		

……………………

7.7. ¿Cuánto suman?

2,5	2,5	2,5
4,5	4,5	
2,5	2,5	2,5

suma..............

1,25	1,25	1,25
2,25	2,25	
1,25	1,25	1,25

suma................

3,75	3,75	3,75
1,25	1,25	
3,75	3,75	3,75

suma.................

7.8. Completa los casilleros que faltan en cada “cruz” repitiendo el mismo número para que la suma corresponda con la indicada

a)

	….		
….	65	65	….
	65	65	
	….		

Suma: 400

b)

	….		
….	95	95	….
	95	95	
	….		

Suma: 600

c)

	….		
….	175	175	….
	175	175	
	….		

Suma: 1000

d)

	….		
….	125	125	….
	125	125	
	….		

Suma: 800

e)

	….		
….	125	125	….
	125	125	
	….		

Suma: 1200

f)

	….		
….	125	125	….
	125	125	
	….		

Suma: 2000

7.9. Completa para que la suma coincida con la indicada. Recuerda que los cuatro casilleros centrales tienen el mismo valor entre sí, y los cuatro de afuera también.

a)

	….		
	….	….	….
	….	….	
	….		

Suma 1000

b)

	….		
….	….	….	….
	….	….	
	….		

Suma 1500

7.10. Completa los casilleros vacíos

3,25 3,25 3,25	2,75 2,75 2,75	1,5 1,5 1,5
....	....	....
3,25 3,25 3,25	2,75 2,75 2,75	1,5 1,5 1,5
suma 25	suma 20	suma 15
....	125 125 125	....
375 375	....	....
....	125 125 125	....
suma 4350	suma 1150	suma 5000

7.11. Calcula mentalmente cuánto le falta a cada número para completar una centena más.
378 950 137 1230 3170

7.12. Encuentra mentalmente el doble de:
34 26 250 75 99 79
Anota en el cuaderno cómo pensaste este ejercicio.

7.13. María tiene 34 bolsas de 10 caramelos cada una y le sobran 6 caramelos. Juan tiene 3 cajas de 100 caramelos y le sobran 44 caramelos.
Sin hacer ninguna cuenta ¿puedes decir quién tiene más caramelos?. Explica cómo lo pensaste.

7.14. Sabiendo que 42 x 6 = 132, encuentra el resultado de los siguientes cálculos sin hacer las cuentas: 42 x 3 y 42 x 12.

7.15. Escribe en una hoja el número total de centenas de cada uno de los siguientes números:
54724 30215 39821 30042 1832 100 000

7.16. En el armario hay 6 anotadores de 30 hojas cada uno. La maestra utilizó 100 hojas ¿Cuántas hojas quedan?
Más de 150
Menos de 30
Entre 40 y 60
Entre 90 y 110
Entre 5 y 10

7.17. ¿Te alcanza $ 1?
a) para ir al cine
b) para comprar un litro de leche
c) para comprar el diario
d) para comprar 1 kg de café.
e) para comprar un cuaderno.

7.18. Necesito preparar 45 bolsas de 10 caramelos y me dieron 2 latas de 200 caramelos ¿me alcanzan?.

7.19. Sin hacer la cuenta ¿puedes estimar la cantidad de centenas de los siguientes resultados?.
a) 807 - 224 = b)394 + 280 c) 734 + 308 d) 623 + 540

7.20. Calcula:

5 + 0,5 + 0,04 =	6 – 0,8 =	4 – 1,2 =
4 + 0,03 + 0,2 =	6 – 0,85 =	4 – 1,24 =
10 + 3 + 0,2 + 0,01 =	6 – 0,852 =	5 – 2,3 =
6 + 0,6 + 0,005 =	10 – 2,5 =	5 – 2,35 =
8 + 0,2 + 0,25 =	10 – 2,55 =	5 – 2,354 =

7.21. Lee las consignas y completa el cuadro:

	¿Es menor que 827?	**¿Está entre 827 y 11080?**	**¿Es mayor que 1 080?**
799			
901			
1100			
2000 - 200			
800 + 270			
3000 - 2500			
900 + 200			
250 x 4			
500 x 2			
3000 - 3			

7.22. Los siguientes son tickets de supermercado. Estima el total de la compra en cada caso

1,29	12,04	4,78	2,45	11,03
1,29	0,78	4,78	3,45	11,03
1,29	4,40	4,78	4,45	7,50
3,32	6,65	4,78	5,45	7,50
3,32	0,99	4,78	6,45	7,50
3,32		1,03	7,45	

0,79	12,50	2,64	16,66	2,15
0,79	12,50	6,01	16,66	4,79
8,42	12,50	2,50	16,66	12,50
5,00	4,19	2,50	11,25	6,04
5,00	3,87	4,99	5,95	6,04
14,95	0,65	0,98		6,04

7.23. Tengo 20 botellas de gaseosa de 2 litros. Con un litro se llenan aproximadamente 6 vasos.
a) ¿Cuántos vasos puedo servir aproximadamente?
b) En la clase somos .... ¿Cuántas gaseosas de 2 litros deberíamos comprar para que por lo menos tomemos un vaso cada uno?

7.24. María y su hermano hablan por teléfono para ir a la librería
María: "Hola Felipe, ¿estás listo?"
Felipe: "Sí, estoy listo, salgo ya. Nos encontramos en el camino, cuenta los pasos para saber quién caminó más rápido".
Cuando se encuentran, María contó 95 pasos y Felipe 140 ¿quién caminó más rápido?.

7.25. Somos 5 personas para almorzar, cada uno come medio pomelo ¿Cuántos pomelos necesitamos para el almuerzo?.

7.26. Compré 5 manzanas. Durante el almuerzo se comieron 3 mitades, mamá hizo una tarta y le puso una manzana y media ¿Cuántas manzanas quedaron?

7.27. La mamá de Inés compra todas las semanas una revista que cuesta $ 3,50. Calcula lo que gasta aproximadamente en un año.

7.28. ¿En cuáles de los siguientes enunciados se utilizan datos exactos y en cuáles se emplean datos estimados?.

a) Número de desocupados en la Argentina
- Exacto
- Estimado

b) Número de aves que anidan en el Parque Nacional Nahuel Huapi
- Exacto
- Estimado

c) Precio de un automóvil
- Exacto
- Estimado

d) Tiempo de duración de una lamparita
- Exacto
- Estimado

7.29. ¿Es suficiente una estimación en estos casos?.
a) Los medios de comunicación informan la cantidad de dinero recaudada en un partido.
b) El locutor de la radio dice el número de espectadores que hay en un partido.
c) Se calcula el tiempo de posesión de la pelota de un jugador.
d) Se da el resultado de un partido.

7.30. De los titulares de periódico que aparecen en el recuadro, ¿cuáles son datos exactos y cuáles aproximados?

- El gasto medio por persona en este trimestre se situó en $ 900.
- La inflación bajó 0,2 puntos en septiembre.
- La declaración jurada para la DGI vence este año el 30 de junio.

7.31. Recorta del periódico tres noticias referentes a cantidades, donde se hable en términos aproximados y realiza un breve comentario de cada una.

7.32. Estudia cada una de las operaciones indicadas. Sin hacer cálculos, escribe cuántas cifras tiene cada uno de los resultados.

Operación	Nº de cifras	Operación	Nº de cifras
a) 134 + 689	___________	b) 134 + 989	___________
c) 12 x 234	___________	d) 52 x 39	___________
e) 1 764 - 783	___________	f) 2 345 : 4	___________

7.33. Realiza las siguientes estimaciones por REDONDEO. Luego de estimar comprueba los resultados con una calculadora y observa el error cometido:

Operación	Datos redondeados	Resultado estimado	Resultado exacto	Error cometido
1 249 + 6 884 6 936 2 368				
6 248 - 1 794				
1 342 x 104				
5,42 x 0,102				
104 697 : 50				
6 8 23 : 2				

8. <u>LENGUAJE DE FLECHAS</u> *(Resolución de cálculos combinados usando lenguaje de flechas. Resolución de ecuaciones sencillas. Prioridad de las operaciones).*

8.1. a) Vuelve hacia atrás efectuando las operaciones inversas, para hallar el valor de A:

$$\boxed{\text{A}} \longrightarrow \boxed{-0{,}56} \longrightarrow \boxed{-2{,}80} \longrightarrow \boxed{6{,}89}$$

b) Plantea y resuelve la ecuación:

A – 0,56 – 2,80 = 6,89

8.2. Completa los números que faltan para cada una de las hileras de flechas siguientes y acorta luego cada hilera, de manera que tenga una sola flecha:

a) $7{,}8 \xrightarrow{+21} \square \xrightarrow{-20{,}2} \square$

b) $64{,}5 \xrightarrow{-10} \square \xrightarrow{+99} \square$

c) $9{,}8 \xrightarrow{+1000} \square \xrightarrow{+1000} \square$

d) $35{,}6 \xrightarrow{+1000} \square \xrightarrow{-800} \square$

e) $763 \xrightarrow{+98} \square \xrightarrow{+2} \square$

f) $6{,}03 \xrightarrow{+75} \square \xrightarrow{+25} \square$

g) $900 \xrightarrow{+98} \square \xrightarrow{-100} \square$

h) $900 \xrightarrow{-100} \square \xrightarrow{+98} \square$

8.3. Las hileras de flechas de los problemas g y h pueden escribirse de la misma manera. Explica por qué.

8.4. Las hileras de flechas siguientes no dan el mismo resultado, a pesar de tener los mismos números y operaciones. Explica por qué. ¿Será siempre así? Verifica con otros ejemplos.

$600 \xrightarrow{x2} \square \xrightarrow{+200} \square$

$600 \xrightarrow{+200} \square \xrightarrow{x2} \square$

Expresa las hileras de flechas anteriores como operaciones.

8.5. a) Halla el resultado de cada una de las hileras de flechas siguientes:

a) $38 \xrightarrow{x2} \square \xrightarrow{x4} \square \xrightarrow{-20} \square \xrightarrow{:2} \square$

b) $70 \xrightarrow{+50} \square \xrightarrow{-60} \square \xrightarrow{x3} \square \xrightarrow{-10} \square$

c) $5 \xrightarrow{x20} \square \xrightarrow{-20} \square \xrightarrow{x2} \square \xrightarrow{:2} \square$

d) $606 \xrightarrow{+14} \square \xrightarrow{x2} \square \xrightarrow{-100} \square \xrightarrow{+50} \square$

e) $1000 \xrightarrow{:4} \square \xrightarrow{x4} \square \xrightarrow{-500} \square \xrightarrow{+500} \square$

b) Escribe el cálculo que representa cada ítem.

c) Expresa las operaciones anteriores de una manera simplificada.

8.6. Ir al revés

En cada una de las hileras de flechas siguientes se da el resultado. Completa todos los números que faltan y halla el primer número de cada hilera.

a) □ $\xrightarrow{x\ 2}$ □ $\xrightarrow{:\ 4}$ □ $\xrightarrow{-\ 20}$ □ $\xrightarrow{x\ 7}$ 36,4

b) □ $\xrightarrow{+\ 19}$ □ $\xrightarrow{x\ 2}$ □ $\xrightarrow{-\ 100}$ □ $\xrightarrow{-\ 95}$ 5,2

c) □ $\xrightarrow{+\ 2}$ □ $\xrightarrow{x\ 2}$ □ $\xrightarrow{-\ 20}$ □ $\xrightarrow{:\ 2}$ 40

d) □ $\xrightarrow{+\ 50}$ □ $\xrightarrow{-\ 10}$ □ $\xrightarrow{:\ 3}$ □ $\xrightarrow{-\ 2}$ 7,83

e) □ $\xrightarrow{+\ 50}$ □ $\xrightarrow{:\ 2}$ □ $\xrightarrow{-\ 396}$ □ $\xrightarrow{x\ 4}$ 16,05

8.7. Crea hileras de flechas con los resultados y números de flechas siguientes:

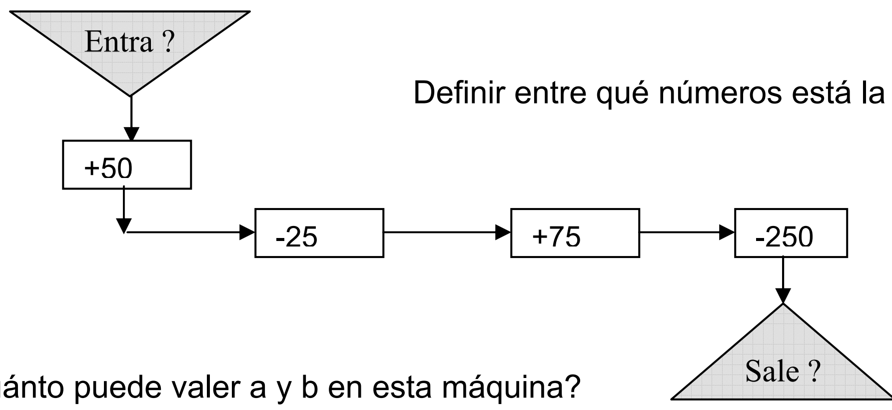
a) □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ 16

b) □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ 20

c) □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ □ ⟶ 52

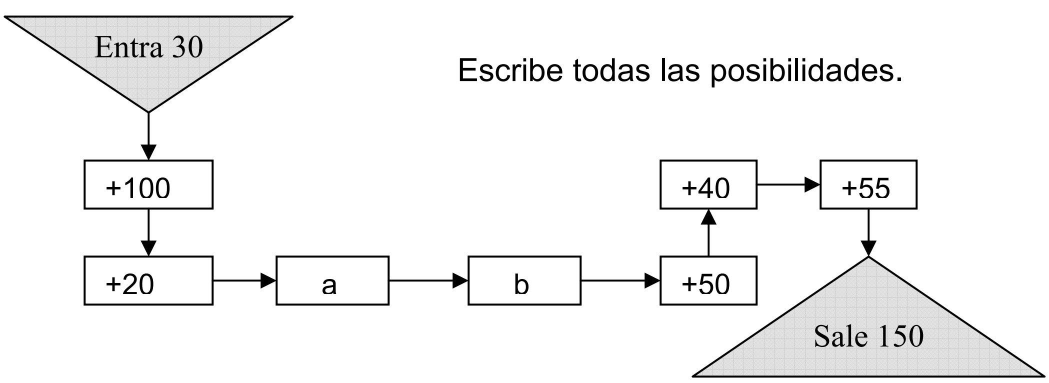
9. <u>MÁQUINAS TRANSFORMADORAS</u> *(Transformaciones. Relaciones funcionales).*

9.1. ¿Qué entra y que sale de la máquina?



Definir entre qué números está la solución.

9.2. ¿Cuánto puede valer a y b en esta máquina?



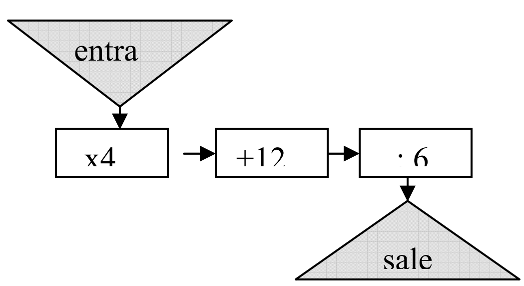
Escribe todas las posibilidades.

9.3. Máquinas y tablas

Completa las tablas teniendo en cuenta las transformaciones producidas en cada máquina:

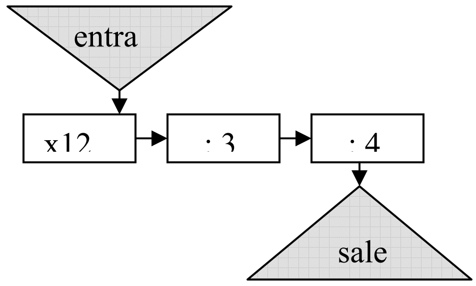
a)

entra	sale
3	
6	
12	
15	
18	

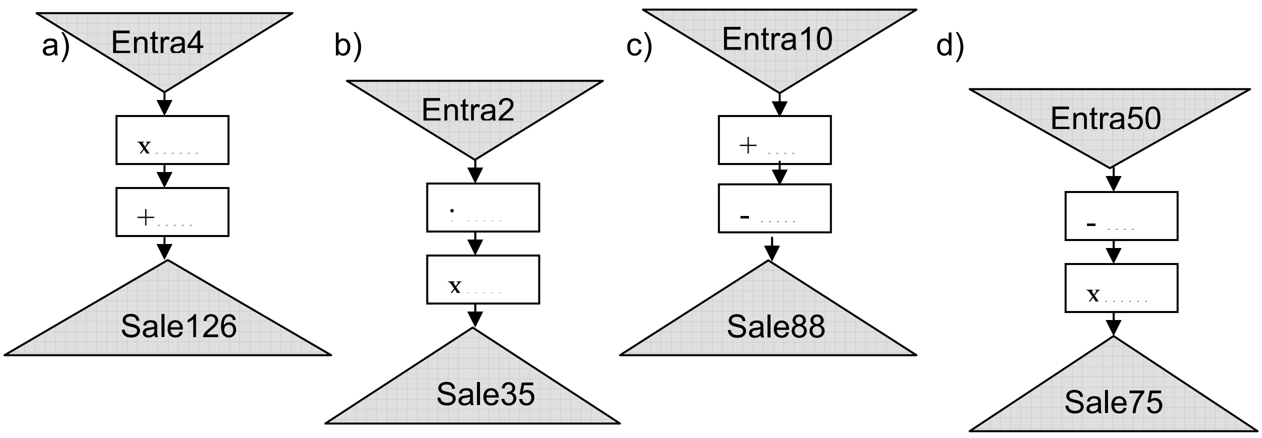


b)

entra	sale
2	
3	
5	
10	
20	

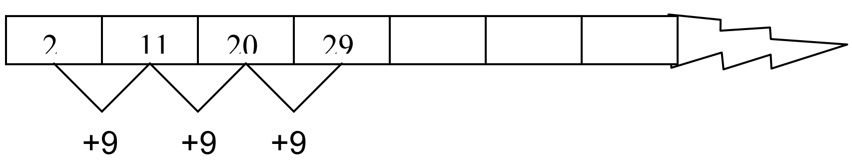


9.4. ¿Qué hay adentro de cada máquina?
Completa la línea de puntos



10. <u>PATRONES</u> *(Predicción, comprobación y explicitación de la ley que rige la secuencia de un patrón dado).*

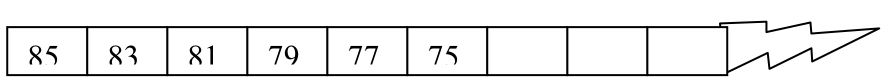
10.1 A una secuencia que tiene un aumento constante se le llama *progresión aritmética.* Por ejemplo:



a) ¿Estará el número 100 en la tira de números? ¿Cómo lo sabes?
b) ¿Qué ocurre con el número 200?
c) Escribe un número grande que nunca aparecerá en la tira. ¿Cómo lo sabes con seguridad?

10.2 Jorge llegó a la expresión 2 + 9n para la tira de números que aparece más arriba.
a) ¿Dónde comienza n en la expresión de Jorge?
b) Usa la expresión para hallar los tres números siguientes de la tira.
c) Escribe una fórmula paso a paso para la tira de números:
SIGUIENTE = ANTERIOR...........

10.3. En lugar de sumar un número en cada tira, algunas progresiones aritméticas restan un número en cada paso.



a) ¿Cuál es la disminución en este caso?
b) Escribe una fórmula paso a paso para la tira de números.

10.4. La expresión que representa una secuencia es 70 + 25n.
a) ¿Cuál es el quinceavo número de esta secuencia? Escribe cómo lo hallaste.
b) ¿Cuándo es la primera vez que el valor es superior a 1000? ¿Cómo lo averiguaste?

10.5. Belinda, Carmen y Dina están ahorrando dinero trabajando a medio tiempo después de la escuela.
Belinda tiene actualmente $ 75. Ella decide añadir cada semana $ 5 a sus ahorros.

a) Crea una tira de números que comience con el 75 y que muestre el total de ahorros de Belinda cada semana.
b) ¿Cuántos son sus ahorros después de 10 semanas?
c) Escribe una fórmula paso a paso que indique sus ahorros.

10.6. Hay muchas secuencias que no son aritméticas. Algunas involucran multiplicación , división u otra operación.

a) Diseña una secuencia que siga un patrón o tenga una regularidad, pero que no sea una progresión aritmética.
b) Describe la regularidad de esa secuencia.

10.7. Escribe los cinco primeros números de cada una de las secuencias descritas por las expresiones siguientes. Para cada secuencia, n comienza en el cero.
a) $4 – 3n$ b) $2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} n$ c) $5n – 10$ d) $12n$ e) n^2 f) 3^n

10.8. Juan, Carlos y Alicia coleccionan revistas viejas. Hasta ahora, Juan ha recolectado 24 revistas. Cada semana consigue otras tres.

a) Realiza una tira de números que comience hoy y que de el número de revistas que Juan tiene al final de cada semana.
b) ¿Cuántas revistas tendrá al final de 5 semanas? ¿ Y al final de n semanas?

10.9. Considera las siguientes potencias de 3:

$3^0 = 1$
$3^1 = 3$
$3^2 = 9$
$3^3 = 27$
$3^4 = 81$
$3^5 = 243$
$3^6 = 729$

¿Qué puedes decir con certeza acerca del último dígito de 3^8 ¿Y el de 3^{10}?¿Y cuál es el último dígito de 3^{20} ?Escribe una regla o fórmula que permita saber cuál es el último dígito de las potencias de 3.

10.10. Explora las siguientes series de cuadrados:

1^2 , 2^2, 3^2, 4^2, 5^2,.........
10^2, 20^2, 30^2, 40^2, 50^2,............
5^2, 15^2, 25^2, 35^2, 45^2, 55^2,...........

10. 11. <u>¡PARA INVESTIGAR</u>!
Realiza una tabla con los cuadrados de 5, 15, 25, 35...............hasta 795.
Investiga los últimos 3 dígitos de cada resultado y trata de encontrar un patrón.

10.12. Las siguientes tiras muestran progresiones aritméticas (su aumento es constante)

Par

0	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**

Impar

1	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	**17**	**19**	**21**

Par e impar

1	**5**	**9**								

a) Escribe una expresión para cada una de las tres tiras de números.
b) ¿Cómo puedes usar tus expresiones para comprobar que la tercera secuencia es la suma de las otras dos?
c) ¿La tercera secuencia resulta par o impar? Usa la expresión para responder.

10.13. Compara estas tres tiras de números:

A

12	17	22	27	32	37 …	47

B

8	10	12	14	16	18 …	22

A + B

20	27	34				

Las tiras A y B son progresiones aritméticas. Los términos de la tercera tira, A + B, se formaron sumando las otras dos tiras.

a) ¿Es posible probar que se trata de una progresión aritmética sin tener que completar los números de la tira A + B?.
b) Escribe expresiones para las tiras A, B y A + B.
c) Crea una tira de números A – B. ¿Forman los números una progresión aritmética?
d) ¿Qué expresión corresponde a la tira de números A – B?

10.14. La siguiente tira de números muestra la secuencia de los algunos números elevados al cuadrado:

0	1	4	9	16	25 …	49

a) ¿Por qué se considera el 0 un número cuadrado?
b) Describe los aumentos en la secuencia de cuadrados.
c) ¿Se trata de una progresión aritmética? Explica.

10.16. El juego de las secuencias

Se dan una lista de cosas, ordenadas de cierto modo, y debes descubrir por qué están ordenadas así. En todos los casos hay un criterio perfectamente racional, simple e indudable que ordena a las cosas de ese modo y no de otro.
Por ejemplo: *Ta-te-ti, backgammon , ludo, scrabel, go. (*Menos a más casillas en el tablero).

a) Boa, buitre, zorrino, hormiga, araña.
b) Consomé , polenta, bife de chorizo, helado palito, turrón.
c) Salchichas, ravioles, fideos spaghetti, arroz, azúcar, harina.
d) Arroz, chizito, salchicha, spaghetti.
e) Huevo, cebolla, alcaucil, repollo.
f) Grisín, chorizo, huevo, cereza.
g) Bufanda, poncho, rodillera, calza, remera, guante tuerca, remera ballenera.

11. INVESTIGANDO NÚMEROS *(Propiedades de las operaciones).*

11.1. Seguir contando.......

Siete niños están sentados en un círculo y empiezan a contar en el sentido de las agujas del reloj. Cada niño recuerda los números que dijo (por ejemplo, el primero dijo 1, 8, 15, y así sucesivamente).

a) Si continúan contando hasta 100, todos habrán dicho la misma cantidad de números? ¿Cómo lo sabes? ¿Qué pasa si cuentan hasta 133?
b) ¿Si cuentan hasta 300, qué niño dirá el ultimo número?
c) ¿Si todos alcanzan a decir 17 números, cuál será el último número?
d) ¿Para una potencia de 10 cualquiera, cómo sabes quién en el grupo la dirá?
e) Para cualquier potencia de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,….) anticipa quién en el grupo la dirá.
f) Explora las mismas preguntas anteriores para las potencies de 3.
g) ¿Qué sucede cuando empieza a contar otro niño?
h) ¿Qué sucede si se cuenta en el otro sentido?
i) ¿Qué sucede si los niños cuentan cada tres en vez de hacerlo uno por uno?

11. 2. Tableros

Explora patrones en cada uno de los siguientes tableros (de 6, de 7, de 9 y de 11).
a) Para cada uno de estos tableros, encuentra si los múltiplos de 4 (o de 5 o de 9) se hallan en la misma columna. En el tablero de 6, los múltiplos de 4 han sido resaltados. ¿Qué patrones notas? Basándote en esos patrones, puedes predecir, para cualquier múltiplo de 4 (por ejemplo 240, 4004) en qué columna se encuentra?

b) Imagina que estos tableros continúan. Para cada uno, piensa en qué columnas estarán las potencias de 2 o de 10.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

11.3. 2002!!!
La factorización en números primos de 2002 es 2 x 7 x 11 x 13. Esto significa que los divisores de 2002 son 2, 7, 11, 13, 14, 22, 26, 77, 91, 143, 154, 182, 286, 1001 y 2002 (sin contar el 1 los divisores de 2002 son 15).
El número 2002 tiene exactamente 15 divisores.

a) Descompone en factores primos al número 1998. ¿Cuántos divisores tiene?
b) Explora para ver si encuentras alguna relación entre la descomposición en factores primos de un número y la cantidad de divisores que tiene el mismo.

Haz lo mismo para el 2004.

11.4. Potencias de números que terminan en 5:
$5^2 = 25$
$15^2 = 225$
$25^2 = 625$
$35^2 = 1225$
$45^2 = 2025$
Descarta el ultimo dígito del número (por ejemplo 5). Multiplica el número que te quedó por el número siguiente y agrega el resultado delante de 25. Por ejemplo, para el caso de 25^2, hacemos 3 x 2 = 6. Entonces la respuesta es 625. Usa el modelo de área para investigar por qué esta regla funciona y para construir una demostración visual de la misma.

11.5. Las potencias de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,…) tienen la siguiente propiedad: la suma de todos los elementos de esta secuencia para cualquier término es uno menos que el siguiente término. Por ejemplo:
1 + 2 = 3 = 4 – 1
1 + 2 + 4 = 7 = 8 – 1
1 + 2 + 4 + 8 = 15 = 16 – 1
1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31 = 32 – 1…

Explica por qué sucede esto.

11.6. Potencias y últimos dígitos
La siguiente tabla muestra algunas potencias de 2, 3, 4, 5, 6 y 7.
Completa la tabla.
Investiga patrones en esta tabla.

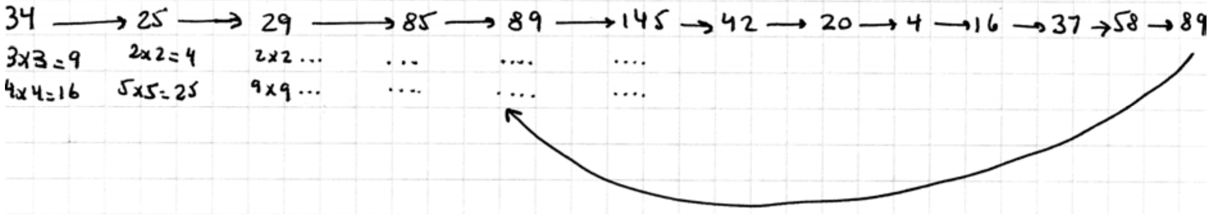
1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7
4	9	16	25	36	49
8	27	64	125	216	343
16	81	256			
32					
64					

11.7 Últimos dígitos
Utiliza los patrones que encontraste para saber el último dígito de
2^{29} 3^{57}
4^{99} 7^{62}
Formula reglas que puedan ser usadas para encontrar el último dígito de cualquier potencia de 2, de 3, de 4 o de 7.

11.8. Par e impar
Sin resolver los productos, decide si cada uno de los siguientes números es par o impar:
$2^9 \times 3^{12}$
$5^{10} \times 4^{21}$
$7^{60} \times 2^{39}$
$6^{45} \times 4^{45}$
¿Puedes predecir cuál será el último dígito de cada uno de estos productos?

11.9. Restando y restando…
Elige cuatro números enteros (por ejemplo 38, 97, 65 y 42).
Escríbelos en fila, dejando algún espacio entre ellos. Resta el primero con el segundo, el segundo con el tercero, el tercero con el cuarto y el cuarto con el primero. Tener en cuenta el valor absoluto de los resultados. Escribe los resultados en una fila debajo. Sigue el mismo proceso, restando los números por pares. ¿Qué sucede? Prueba realizar este proceso con otros cuatro números. ¿Ocurre lo mismo? ¿Por qué?

11.10.Cuadrados de números y suma de dígitos
Considera la siguiente sucesión de números, obtenida de elevar al cuadrado y luego sumar los dígitos del número anterior.
En este ejemplo, empezamos con 34 y después de 12 iteraciones, retornamos a 89 y entonces el ciclo se repite. Investiga qué sucede si empiezas por otro número. ¿Siempre se llega a 89? Si es así, esto siempre sucede después de la misma cantidad de iteraciones?



12. <u>MÁS PROBLEMAS</u>

12.1. ***(Propiedades de las operaciones: factor común, propiedad distributiva)***
Marité no logró memorizar la tabla del 13, pero escucha a su compañera Ailén decir que 13 x 3 es 39. La maestra les pide que escriban la tabla del 13 y Marité encuentra, sin ayuda, un camino para hallar los demás números de la tabla sin necesidad de sumar o restar 13 cada vez.
*Primero se dio cuenta de que era sencillo encontrar 13 x 2¿cómo crees que lo pensó?
*Después pensó: “Como 4 x 2 es 8, entonces hago 13 x 4 + 13 x 2 y encuentro 13 x 8”.
¿Es correcto el razonamiento? Explica por qué.
*Ailén le mostró que 13 x 4 + 13 x 2 = 13 x 6 ¿Cómo piensas que se lo explicó Ailén?
*Para encontrar 13 x 3, buscó la mitad de 13 x 6 .¿Es correcto lo que hizo? ¿por qué?
*Escribe en cada columna el resultado y el cálculo correspondiente que hizo Marité y completa la tabla.

13x4	13x2	13x6	13x8	13x3	13x5	13x7	13x139	13x1	7x10
52		78							
Ya lo sabía		13x6=13 x4+13x2		La mitad de 13x6					

12.2. Resuelve los siguientes problemas utilizando estrategias flexibles de cálculo:
2,5 x 2,5 =
2 ½ x 2 ½ =
o,75 x 0,75 =
12 ½ x 12,5 =

12.3. El resultado de dividir 100 por 7 puede expresarse de muchas maneras, algunas de las cuales están aquí listadas. Inventa una situación problemática para cada uno de estos ocho resultados. ***(Significado de redondeo, truncamiento, aproximación).***

100 : 7 = 14 resto 2
14 y 2/7
14,25
14
15
14,28
14,3
14,2857

12.4. Compara los siguientes pares de fracciones, usando los símbolos < ó >. ¿Qué estrategias utilizaste en cada caso? (Comparación de fracciones)

3/5	¾
2/7	3/7
32/25	25/32
2/7	¼
5/8	2/3
3/5	5/8
3/5	7/12
12/25	9/20
12/25	15/28
12/25	11/24
32/25	35/28

12.5. " ½ + 1/3 es distinto de 2/5 porque.........."
Completa esta explicación utilizando todos los modos que puedas. ¿Cuál de las argumentaciones que utilizaste te parece más fuerte?

12.6. Escribe los dígitos que se dan como dato en los casilleros de tal manera de lograr la mayor respuesta y la menor respuesta. Usa cada dígito sólo una vez. (Mira que son números decimales) ¿Hay más de una posibilidad? Mostrar.

		Respuesta mayor	respuesta menor
a)	9, 3, 1, 6	□□ , 7 + □ , □	□□ , 7 + □ , □
b)	3, 4, 7, 3	□ □, - □ ,□	□ □ - □ ,□
c)	8, 4, 7, 0	3 , 4□□ - 2,□□	3 , 4□□ - 2 ,□□
d)	2, 8, 6, 1	4 ,□□ x □□	4 ,□□ x □□

12.7 Ubica la coma decimal de cuatro formas diferentes para hacer verdaderos los cálculos de cada inciso:

a) 124 x 62 = 7688 124 x 62 = 7688
124 x 62 = 7688 124 x 62 = 7688

b) 048 x 326 = 15648 048 x 326 = 15648
048 x 326 = 15648 048 x 326 = 15648

c) 285 x 285 = 81225 285 x 285 = 81225
285 x 285 = 81225 285 x 285 = 81225

12.8. Operaciones cruzadas

Completa el esquema con los números del 1 al 9, sin repetir ninguno, para llegar a los resultados indicados en cada fila y columna. Las cuentas se van haciendo sucesivamente de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Algún resultado parcial puede ser un número negativo.

a)

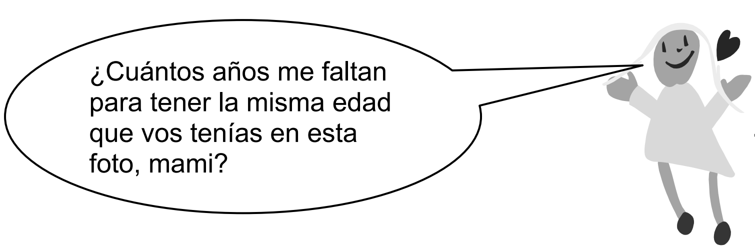
8	+	□	-	□	=	9
-		x		+		
□	x	□	-	□	=	11
+		+		-		
□	x	□	x	□	=	42
=		=		=		
11		21		10		

b)

□	-	□	+	2	=	6
x		+		x		
□	-	□	x	□	=	18
+		x		-		
□	+	□	/	□	=	3
=		=		=		
71		9		9		

12.9. En el cumple

Tatiana y su mamá cumplen años el mismo día y el mismo mes. Este año Tatiana festeja sus 8 años y su mamá los 42. En medio del festejo, apareció una foto del primer cumpleaños de Tati.



Tati.

12.10. Luna en el parque

Tatiana y Nicolás están en el parque con Luna, su nueva perra. En un momento hay 10 perros ovejeros alemanes más que ovejeros húngaros. Se van 2 ovejeros alemanes y se acercan 2 ovejeros húngaros. Ahora quedaron el doble de alemanes que de húngaros. ¿Cuántos perros de cada raza hay ahora?

12.11. Martín se olvidó la carpeta de clase en su casa. Su mamá salió corriendo a llevársela.
La mamá está a 240 metros de Martín y corre a una velocidad de 120 metros por minuto.

Martín está a 120 metros de la puerta de la escuela y camina a una velocidad de 60 metros por minuto.
¿Puede la mamá alcanzarle la carpeta a Martín antes de que éste entre a la escuela? Justifica tu respuesta.

12.12. Basquetbolistas
En el torneo de básquet de la categoría minibasquet quedaron en cada zona 9 equipos. Si cada equipo juega dos veces con cada uno de los otros equipos, ya que una vez juega como local y otra como visitante, ¿cuál es el número total de partidos jugados en cada zona del torneo?

12.13. Las brujas de Salem
La brujas de Salem están preparando una poción mágica para mantenerse jóvenes y lindas para siempre. Según el libro de brujerías, escrito por el brujo mayor, deberán seguir las siguientes instrucciones:
-En una noche de luna llena, colocar la mezcla en un recipiente transparente.
-Tener en cuenta que la mezcla duplica cada día su volumen.
-El efecto mágico sólo se logra bebiendo la poción el día en que la mezcla ocupa la mitad del frasco.
La brujas saben que el día 14 el recipiente estará totalmente cubierto. ¿Qué día las brujas deberán beber la poción mágica?

12.14. Alfajores para los amigos
Gastón trajo de Mar del Plata unos sabrosos alfajores para sus amigos. Compró una promoción de 49 alfajores surtidos de fruta, dulce de leche y chocolate.
Armó dos paquetes lo más grande posible. Uno era el doble de grande que el otro. El mayor para sus amigos de la escuela y el otro para sus amigos de fútbol.
Gastón estaba contento porque se iba a comer los que le sobraron después de armar los dos paquetes. ¿Cuántos alfajores comerá Gastón?

12.15. Don Quijote
Don Quijote, el valiente caballero, peleaba contra un peligroso adversario. De repente, su espada quedó clavada en su diario de viaje. En sus 3000 páginas, relata los largos itinerarios y narra sus heroicas hazañas. Este diario tiene 10 centímetros de espesor, incluyendo las tapas que miden medio centímetro cada una. ¿Cuántos centímetros a través del libro habrá atravesado la espada de Don Quijote, si llegó a la página mil?

12. 16.Una manera rápida de sumar
El 30 de abril de 1777 nació en Alemania Carlos Federico Gauss, conocido como “el príncipe de la matemática”.
Cuando tenía 10 años, asombró a sus maestros resolviendo la suma de cien sumandos de una escala.
Casi al terminar de decir el enunciado, Carlos Federico colocó en su pizarra el resultado y dijo “Aquí está”. El maestro miró con sorpresa, Gauss había escrito el número correcto.

Para poder entender como procedió Gauss, trabaja con los dedos, así vas a poder sacar algunas conclusiones interesantes y prácticas.
-Coloca tus dos manos enfrente tuyo.
-Asigna a cada dedo un valor del 1 al 10, empezando por el meñique de la mano izquierda y terminando por el meñique de la mano derecha (puedes escribir cada valor en la punta de cada dedo).
-Ahora une tus manos de manera que cada dedo esté con su correspondiente de la otra mano, pulgar con pulgar, mayor con mayor y meñique con meñique.
-Si sumas los números asignados a cada dedo obtendrás cinco parejas que suman 11:
1 + 10 ; 2 + 9 ; 3 + 8 ; 4 + 7 ; 5 + 6
-El cálculo ahora es 11 x 5 = 55. Éste es el resultado de sumar los números de 1 al 10.
Sin usar las manos piensa que quieres sumar los números del 1 al 14.
Juntando el primero con el último, el segundo con el penúltimo, y así sucesivamente, se forman parejas que suman 15. Ahora multiplica 15 por la cantidad de parejas (siete) y así obtendrás el resultado de la suma de estos catorce números.
ATENCIÓN. Si sumas una cantidad impar de números, ¿ qué pasará con el del medio? ¿habrá algún número sin pareja? Prueba sumando los números del 1 al 15.

Suma todos lo números del 1 al 100. Incluye el 1 y el 100. No uses calculadora , usa tu inteligencia.

12.17. ¿Qué edad tenía la bisabuela de Matías en 1945, si este año cumple 94?

12.18. El nuevo teléfono de Martín
Martín se está por mudar a una hermosa casa con jardín. Le pasó el nuevo número de teléfono a su amigo Pablo. Pero como quiere divertirse un rato, le dio algunas pistas para que adivine los 7 números que vienen después del 4. Pablo anotó en su agenda de teléfonos el nuevo número de Martín ¿Cuál es?
-son 7 cifras mayores que 2.
-la última es el doble de la quinta.
-la tercera es el triple de la quinta.
-la sexta es la suma de la segunda más la quinta.
-el doble de la primera es la suma de las dos últimas.
-la primera y la cuarta son iguales.
-comienza con 7.

12.19. Expresa cada uno de los siguientes cálculos de una manera más fácil para resolver:
60 : ½ =
36 x 2 ½ =
14 : 3 ½ =
0,02 x 2500 =
8 x 37 ½ =
0,6 x 0,06 =
10 x 20 =
1,5 : 0,3 =
6 : 1/6 =
12 ½ x 26 =

12.20. Qué problema con los problemas!
Nico propone 9 problemas de matemática a Manuel y le ofrece 5 caramelos por cada problema bien resuelto. Cuando el problema está mal resuelto, Manuel debe darle 2 caramelos a Nico. Al final, Manuel recibe 31 caramelos. ¿Cuántos problemas fueron bien resueltos?

12.21. Para resolver la cuenta 390 : 50 Julián pensó así:
390 = 100 + 100 + 100 + 50 + 40
entonces el cociente es 2 + 2 + 2 + 1 = 7 y el resto es 40.
a) ¿ Es correcto este razonamiento? ¿Cómo hizo Julián para encontrar el cociente y el resto?
b) ¿ Por qué a Julián le conviene escribir el número 390 de la forma en que se indica más arriba?

12.22. Tenemos una calculadora y la tecla del 4 no funciona. ¿Cómo puedes usarla para realizar las siguientes cuentas?:
a) 49 x 12= b) 440 : 50 = c) 94 x 48 =

12.23. a) Martina tiene que descubrir una clave secreta, sabiendo que se trata de un número de cuatro dígitos y que cada dígito es un número par. ¿ Cuántas claves posibles hay con las características que tiene la clave que quiere descubrir Martina?
b) Para ayudar a Martina, su amigo Julián le dijo que, además de lo que ya sabía sobre la clave secreta del problema anterior, le daría ahora una nueva pista: el primer número de la clave es menor que 5. ¿Te parece que ahora Martina tendrá menos claves posibles? Si es así, ¿cuántas?

12.24. Julián tiene que descubrir una clave secreta para abrir un maletín. ¿Puede hacerlo con las siguientes indicaciones?
-Es mayor que 5,301 y menor que 5,302.
-Si dividimos un número natural por 10.000 se obtiene la clave.
-La última cifra decimal es divisible por 2, por 4 y por 8.

12.25. Encuentra dos cuadrados perfectos cuya diferencia sea 105. ¿Cuántas soluciones diferentes hay?

12.26. Alrededor del año 2000 antes de Cristo, en la Baja Mesopotamia, se conocía un método para multiplicar números basado en la media aritmética. Por ejemplo, 37 x 25 se solía resolver como $(31 + 6) \times (31 - 6) = 31^2 - 6^2 = 961 - 36 = 925$. Usa el área de cuadrados para explorar este método.

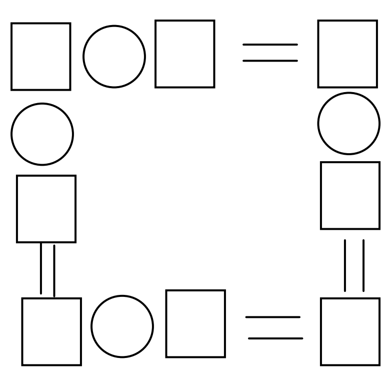
12.27. A Ana le contaron un secreto y le pidieron que no se lo contara a nadie. Ella no pudo resistir y el lunes mismo al llegar a la escuela se lo contó a sus tres amigas y les pidió que ellas no se lo contaran a nadie. Como era de imaginar, las tres niñas no le hicieron caso y el martes cada una de ellas se lo contó a otros tres amigos. Y así sucesivamente el miércoles, el jueves, etc. ¿Cuánto tiempo pasó antes de que todos los chicos de la escuela se enteraran del secreto?

12.28. Doce horas
Cada doce horas mi reloj adelanta una hora. A las 12 lo puse en hora.
¿Qué hora va a ser cuando marque nuevamente las doce?
a) Las 10.55.
b) Más tarde de las 10.55.
c) Más temprano de las 10.55.

12.29. Explícalo *(Buscar una respuesta lógica)*
L = 1 Ñ = 2 H = 3
O = 1 E = 2 K = 3
¿Por qué?

12.30. Los cruces
Robinson y Crusoe corren en un circuito circular, uno en el sentido de las agujas del reloj y el otro en el sentido opuesto. Empiezan a correr al mismo tiempo y desde el mismo punto. Justo al mediodía vuelven a coincidir en el punto de inicio: Robinson lleva hechas siete vueltas completas, y Crusoe lleva hechas once vueltas completas.
¿Cuántas veces se cruzaron?

12.31. Suma y división
Coloca cada uno de los números del 1 al 8 en el esquema, a razón de un número por casilla cuadrada. Luego coloca signos de suma y/o división en las casillas circulares para que las cuatro igualdades sean correctas.



RESPUESTAS

RESPUESTAS DE 5°, 6° Y 7° AÑOS

2. Adivinanzas

2.8 Siendo los números **a** y **b**: $[(2a + 8) . 5 + b] - 40 = 10^{a} + 40 + b - 40 = 10a + b$, expresión del número de dos cifras **ab** en su descomposición polinomial.

3. Tablas, tableros y diagramas.

3.1

26	25	24	**17**	16	11
27	22	23	18	15	**12**
28	**21**	20	19	14	13
29	42	**41**	40	39	38
30	43	44	45	**46**	37
31	32	33	34	35	36

3.2 El objetivo es que los alumnos busquen una estrategia "económica", sin tener que sumar los números uno por uno. Por ejemplo, los números de cada columna se pueden descomponer en las decenas (0 + 10 + 20 + 30 = 60) que siempre se repiten, y en las unidades se deben sumar los primeros múltiplos de 4: 4x1, 4x2 , 4x3 y 4x4. El total es 4x60 + 4 + 8+ 12 + 16 = 100.
Si se analiza por filas, se pueden encontrar otras regularidades.
El conocido como método de Gauss, ideado y utilizado por él (según las tradición) en la escuela primaria cuando la maestra le pidió que sume los números del 1 al 100 para que no moleste, se puede aplicar a cualquier secuencia de números naturales consecutivos. Por ejemplo, para sumar los números del 1 al 20 se tiene que :
1 + 20 = 2 + 19 = 3 + 18 =............= 21 ¿Cuántas veces se repite este resultado?
La fórmula sería (n+1).n/2

3.7 Por ejemplo:

X	**95**	8	**55**
5	475	40	275
2	**190**	16	110
20	1900	**160**	1100

3.8

2,5	3,25	4
2	2,75	3,50
1,5	2,25	3

3.10

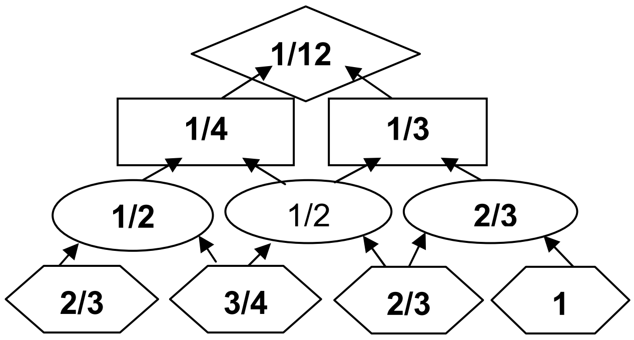
9	**:**	**3**	**x**	**2**
x		**x**		**:**
3	**x**	**2**	**:**	**2**
:		**:**		**X**
9	**:**	**3**	**:**	**1**

4. PIRÁMIDES

4.1 a)

274
143 131
80 63 68
47 33 30 38
29 18 15 15 23
19 10 8 7 8 15
13 6 4 4 3 5 10
9 4 2 2 2 1 4 6

4.4



5. CUADRADOS MÁGICOS

5.1 a) El número mágico es **44** y se logra al sumar alguna fila, columna o diagonal mayor que esté competa.

5.2

19	6	3	16
4	25	10	5
14	1	8	21
7	12	23	2

5.3

7	10	12	1
6	16	12	2
2	15	9	4
8	5	3	14

5.4

30	8	12	18
10	20	32	6
24	14	2	28
4	26	22	16

5.5

2	4	3	1
3	1	2	4
1	3	4	2
4	2	1	3

6. CADENAS

6.1 Por ejemplo:

a) 767 + 7 = 767 + 10 – 3 = 777 – 3 = 774
767 + 20 = 767 + 10 + 10 = 777 + 10 = 787
767 + 60 = 767 + 20 + 40 = 787 + 40 = 827
767 + 26 = 767 + 20 + 6 = 787 + 6 = 793
767 + 37 = 767 + 7+ 30 = 774 + 30 = 804

6.5 999+ 10 = 1000 + 10 – 1
9999 + 100 = 10000 + 100 – 1

6.10

14 x 7 = 98
28 x 7 = 2 x 14 x 7 = 2 x 98 = 196
84 x 7 = 6 x 14 x 7 = 3 x 2 x 98 = 3 x 196 = 588
84 x 70 = 84 x 7 x 10 = 5880
140 x 70 = 14 x 10 x 7 x 10 = 9800

6.12

$\boxed{2 \text{ x } 1,95 = 3,90}$

4 x 1,95 = 2 x 3,90 = 7,8
8 x 1,95 = 2 x 7,8 = 15,6

10 x 1,95 = (8 + 2) x 1,95 = 8 x 1,95 + 2 x 1,95 = 15,6 + 3,90 = 19,5
20 x 1,95 = 2 x 19,5 = 39

7. CÁLCULO MENTAL
7.1 Por ejemplo:
a) 298 – 88 es equivalente a la diferencia entre 290 y 80, que es 210.
7.4 Por ejemplo:
a) 40 + 160 = 200
120 + 80 = 200
200 + 200 = 400
7.7 2,5 x 6 + 4,5 x 2 = 24
7.8 65 x 4 = 260
400 – 260 = 140
140 : 4 = 35
7.22 2 x 1,30 + 3 x 3,30 = 2,60 + 9,90 = 12,50
7.24 Felipe
7.29 a) sí b) sí c) no d) no

8. LENGUAJE DE FLECHAS
8.3
(900 + 98) – 100 = 900 + 98 – 100
900 – 100 + 98. Se aplica la propiedad asociativa y la conmutativa.

8.4
Respetando la prioridad de las operaciones, en una operación combinada, se deben resolver primero las multiplicaciones y/o divisiones y luego las sumas y/o restas. Si se quiere seguir el orden de las flechas, se debe hacer uso de paréntesis: 600 x 2 + 200 no es igual a (600 + 200) x 2

9. MÁQUINAS TRANSFORMADORAS

9.1 La transformación que produce esta máquina es –150. Por ejemplo, si entra 50, sale –100.

10. PATRONES

10.1 El número que pertenezca a la tira debe ser múltiplo de 9 más 2.
10.2 a) n = 0
b) 38 ; 47 ; 56.
c) Siguiente = anterior + 9
10.4 a) 70 + 25 x 15 = 445
b) $70 + 25n > 1000 \Rightarrow 25n > 930 \Rightarrow n > 930 : 25 \Rightarrow n > 37{,}2$
como **n** es un número natural, debe ser n = 38.
10.7 a) 4 ; 1 ; -2 ; -5 ; -12
10.8 b) 24 + 3n
10.9 Los últimos dígitos de las potencias de 3 se repiten en forma periódica cada cuatro cifras: 1, 3, 9, 7. Se trata de una congruencia módulo 4, es decir que se debe dividirle exponente de la potencia de 3 por 4 y el resto de la división indicará la correspondencia con el último dígito:
- $0 \rightarrow 1$
- $1 \rightarrow 3$
- $2 \rightarrow 9$
- $3 \rightarrow 7$
-

10.10 Por ejemplo, se pueden disponer los números cuadrados como puntos de un cuadrado, en los cuáles, por cada lado del cuadrado, hay tantos puntos como indica la base de la potencia. Se verá que cada número cuadrado es igual al anterior más un número impar.

```
*        * *        * * *
         * *        * * *
                    * * *
```

10.12 a) 2n ; 2n + 1 ; 4n + 1.
b) (2n) + (2n + 1) = 2n + 2n + 1 = 4n + 1

c) es impar porque 4n es par (4n = 2.2n) y si a un número par se le suma 1 resulta impar.

10.13 a) En A la diferencia es 5 ; en B la diferencia es 2. Si se suman ambas tiras, la diferencia entre cada elemento de la sucesión resultante y el siguiente va a ser 7, por lo tanto es una progresión aritmética.

b) A = 5n + 7 ; B = 2n + 6 ; A + B = 7n + 13 ;

c) A – B = 3n + 1

10.14 a) Porque $0^2 = 0$

b) 1, 3, 5, 7..........(son los números impares)

d) no, porque el incremento no es siempre el mismo

10.16 a) De menos a más patas.

b) De menos a más sólidos.

d) de menos a más cantidades por paquetes.

e) De menos a más capas.

f) De más largo a más redondeado.

g) De menos a más agujeros.

11.1

a) no, porque 100 no es múltiplo de 7.

b) El 6°.

c) 119.

d) Dividir la potencia de 10 por 7 y el resto determinará cuál es el niño. Por ejemplo: 10^3 = 1000 ; 1000 : 7 = 994 y resto 6 entonces lo dirá el 6° niño.

e) Idem al anterior.

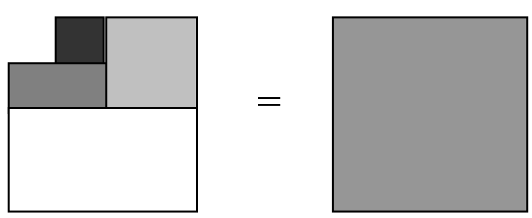
g) h) lo mismo.

i)Al cabo de tres vueltas los niños habrán dicho igual cantidad de números.

11.2 En las 1°, 3° y 5° columnas no hay múltiplos de 4. En la segunda columna están los múltiplos de 12 más 8, en la cuarta columna los múltiplos de 12 más 4 y en la sexta columna los múltiplos de 12. Por lo tanto 240 estará en la 6° columna y 4004 en la segunda columna.

11.3 a) 1998 = 2 x 3^3 x 37. Sus divisores son 2, 3, 37, 6, 74, 111, 222, 333, 999, 9.
b) Los divisores son, además de los factores que provienen de su descomposición factorial, los productos de los divisores que se van generando, pero no necesariamente todas las combinaciones de productos.

11.5 Se puede trabajar con el modelo rectangular de área. Cada término es el doble del anterior. Si se suman todas las potencias de 2 dará como resultado la siguiente potencia de 2 menos 1 = 2^0



$$\mathbf{2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1}$$

11.8 . Podrán aplicar las reglas de la multiplicación entre números pares e impares (PxP= P; PxI=P, IxI = I) o bien por ejemplo en este caso 2^9 x 3^{12} expresar dicho cálculo como 2 x 2^8 x 3^{12} y admitir que cualquier número multiplicado por 2 es par.

12.1 Por ejemplo, que 13 = 10 + 3, entonces el doble es 20 + 6 = 26.
No es correcto el razonamiento, se puede verificar aplicando factor común.
Ailén puede haber razonado pensando cuántas veces está el 13: primero 4 veces, luego 2 veces, en total, 6 veces.
13 x 3 es la mitad de 13 x 6: (13 x 6) / 2 = 13 x (6/2) = 13 x 3

12.2 Por ejemplo: para calcular 2,5 x 2,5 se puede resolver 25 x 25 = 5^2 x 5^2 = 5^4 = 625, entonces 2,5 x 2,5 = 6,25.

12.4 3/5 < ¾ (como los numeradores son iguales, la fracción menor es la de mayor denominador)

32/25 > 25/32 (en la primer fracción es mayor el numerador que el denominador, no así en la segunda).

12/25 > 11/24 (a 12/25 le falta 0,5 para ser un medio (12+0.5)/ 25 y a 11/24 le falta 1 para ser un medio, por lo tanto 12/25 > 11/24)

12.5 i) aplicar la regla de la suma ; ii) hacer un gráfico ; iii) expresar cada fracción como porcentaje.

12.6 a) mayor respuesta: 96,7 + 3,1 (no es la única)
menor respuesta: 13,7 + 6,9 (no es la única)

12.8 Operaciones cruzadas

a)

8	+	3	-	2	=	9
-		x		+		
4	x	5	-	9	=	11
+		+		-		
7	x	6	x	1	=	42
=		=		=		
11		21		10		

b)

9	-	5	+	2	=	6
x		+		x		
7	-	4	x	6	=	18
+		x		-		
8	+	1	/	3	=	3
=		=		=		
71		9		9		

12.9 En el cumple:27 años
12.10 Luna en el parque
12 ovejeros alemanes y 6 ovejero húngaros.
12.11 Martín......
No llega a alcanzarlo. Martín en dos minutos llega a la escuela, mientras que su mamá, tarda tres minutos en llegar a la escuela.
12.12 Basquetbolistas
72 partidos.
12.13 Las brujas de Salem
El día anterior, o sea el día 13.
12.14 Alfajores para los amigos
Los paquetes son de 16 alfajores y de 32 alfajores. Sobra 1 alfajor para Gastón.
12.15 Don Quijote
3,5 cm o 6,5 cm, depende del lado.
12.17 27 años.
12.18 El nuevo teléfono de Martín
7597386
12.19 36 x 2 ½ = 36 x 10 : 4
12.20 ¡Qué problema los problemas!

Resolvió 7 correctos y 2 incorrectos.

12.21 Sí, es correcto. Descompone el número y aplica propiedad distributiva de la división respecto de la suma. De esta manera es más fácil hacer los cálculos.

12.22 a) 49 x 12 = 50 x 12 – 12
b) 440 : 50 = 880 : 100

94 x 48 = (95 – 1) x (58 – 10)

12.23 Martina.......

a) 5^4 = 625
b) 5^3 x 3 = 375

12.24 Julián..........

Sí. 5,3018.

12.25 13 y 8 ; 19 y 16 ; 11 y 4.

12.27 A Ana...........

Utilizar la cantidad de alumnos que haya en la escuela. Suponiendo que sean 500 alumnos, en menos de 6 días lo saben todos porque 3^6 = 729.

12.28 Doce horas

10 horas 55 minutos.

12.29 Explícalo

Está relacionado con la cantidad mínima de trazos que ha que hacer para escribir cada letra.

12.30 Los cruces

18 veces (o 17 si no se considera el último encuentro).

12.31 Suma y división

1	+	7	=	8
+				:
5				4
=				=
6	:	3	=	2

BIBLIOGRAFÍA

PENA, M. (1999): *El problema. 240 problemas para escolares de 6 a 9 años, para motivar y construir su aprendizaje matemático.* Ed. Aula. Montevideo. Uruguay. (Interesante esfuerzo sobre la comprensión de problemas bajo diferentes formas de presentación para Primer Ciclo)
GARCÍA A. Y ZORZOLI, G. (1996): *Construyendo con Lápiz y Papel. Matemática nº 3. Primer Ciclo. Tiempos Editoriales.* Argentina.
PARRA, C. Y SAIZ, I. (2000): *Hacer Matemática 1, 2 y 3*. Libros de texto de Editorial Estrada. Argentina.
BOSWINKEL, N. y otros (2001): *Wis en Reken*. Bekadidact Baran.
BERGADÁ MUGICA, E. y otros (1999): *Así aprendemos 1, 2 y 3*. Cap 2. Ed. Hachette.
BRESSAN A. GALLEGO F.(2001): *Tratamiento de la información. Ficha de trabajo: El calendario*. EDUCAR.
SEGOVIA, I. Y OTROS (1988): *Estimación en cálculo y medida*. Editorial Síntesis. España.#
BRESSAN, A. Y BOGISIC, B. (1996): *"La estimación, una forma importante de pensar en matemática"*. Documento de Desarrollo Curricular No 1. Consejo Prov. de Educación. Río Negro.
DISEÑO CURRICULAR EGB 1 Y 2 (1996): *Área Matemática*. Consejo Prov. de Educación de Río Negro.
KAMII, C. (1995): *Juegos colectivos*. Páginas 125 a 161 del libro "Reinventando la aritmética III". Ed. Visor.
SOWDER, J. (1992): *"Estimation and Number Sense*". Chapter 16. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Mc Grow D.A.. N.Y.
PEÑAFIEL, F., REYS, B. Y REYS, R. (1990): *Desempeño y estrategias en la estimación en operaciones aritméticas*. Rev. Educación Matemática. No 1. Vol 2. Abril. GEI.
CHEMELLO, G. (1997): *El cálculo en la escuela: las cuentas, ¿son un problema?*. Páginas 81 a 107 del libro "Los CBC y la enseñanza de la matemática". Bressan A., Gysin L. y otros. A-Z Editora.*
BROITMAN, C. (2001): *Las operaciones en el primer ciclo*. Ed. Novedades Educativas.
GIMÉNEZ J. Y GIRONDO L. (1993): *Cálculo en la escuela. Reflexiones y propuestas*. Ed. Graó.
MENNE, J. (2001): *Met sprongen vooruit*. Wilco. Amersfoort. Utrech. Holanda. Traducción: Graciela Cohen.
DIBRIENZA, J. Y SHEVELL, G.(1998): *Cadenas numéricas: desarrollando eficiencia de cálculo en una clase costructivista.* The Constructivist. Vol. 13, nº 2. Association for Constructivist Teaching and the Project Construct National Center.Traducción: Adriana Rabino
KOVACS, D. Y SKVARCA, I. (1995): *120 acertijos para hacerse el bocho.* Ed. de la Urraca.
LANDER, I. (1998): *Magia Matemática*. Ed. Labor Bolsillo Juvenil.
ED. PRIMAVERA. Revistas de entretenimientos *Joker* y *Crucigrama.*
ED. DE MENTE. Revista de entretenimientos *Quijote*
DIARIO RÍO NEGRO. Suplemento *Zona de Juegos*.
DIARIO CLARÍN: Sección *Plaza de papel*. Revista Viva.
ED. H. FOURNIER (1984): *Juegos con Naipes Españoles*.
KAPLAN, D. Y CHARA, S (2002): *Jaque mate....mático*. Serie Puntos Cardinales 6. Ed. Aique.
BARALLOBRES, G. (2002): *Matemática 6*. Ed. Aique.
ZOLKOWER, B. (Comp.): *Handbook of Mathematical-Didactical Activities* (Documento inédito)
PERELMÁN, Y (1973): *Matemáticas recreativas*. Ed. Mir. Moscú Traducción al español en 1979.
PERELMÁN, Y (1978): *Álgebra recreativa*. Ed. Mir. Moscú. Traducción al español en 1978.
GARDNER, M. (1992): *Los Acertijos de Sam Loyd*. Zugarto Ediciones.
GRAVEMEIJER, K (1994): *Developing realistic mathematics education*. Utrech: Instituto Freudenthal.
ENCICLOPEDIA BRITANICA (1998): *Herramientas numéricas. Las matemáticas en contextos* (MIC). Traducción: Hispanex. Boston.MA.
ENCICLOPEDIA BRITÁNICA (1998): *Patrones y figuras. Las matemáticas en contextos* (MIC). Traducción: Hispanex. Boston.MA.