UNA DIVISIÓN EQUITATIVA*

CONTENIDO: ECUACIONES – NÚMEROS CUADRADOS

ADAPTACIÓN Y SOLUCIÓN: DR. OSCAR BRESSAN

Este es un viejo problema, pero que vale la pena recordarlo porque tiene un buen condimento matemático que lo hace bastante desconcertante.

Juan y Pedro son dos hermanos que son socios de un pequeño campo donde crían cabras. Un buen día deciden vender todas las cabras que tienen, y reciben por cada cabra la misma cantidad de pesos que la cantidad de cabras que tienen. *(Por ejemplo, si hubieran tenido 153 cabras habrían recibido $ 153.- por cada cabra. Esto es sólo un ejemplo, ya que el número de cabras no es necesariamente 153).*

El comprador le paga todo a Juan con billetes de $ 10.- y con monedas de $ 1.- un saldo menor de $ 10.-.

Se juntan Juan y Pedro en una mesa y comienzan a repartir el resultado de la venta. El primer billete de $ 10.- lo separa Juan para si mismo, el segundo para Pedro, el tercero para Juan y así sucesivamente donde el último que es para Juan. Entonces Pedro dice:

-Ya que el primer billete de $ 10.- los recibiste vos y el último también, vos estás recibiendo $ 10.- más que yo.

-Tenés razón; -le contestó Juan- tomá todas las monedas que me dieron.

-Aún así estaría recibiendo menos que vos, ya que la cantidad de monedas es menos que $ 10.-

-De acuerdo, -le dice Juan- te voy a hacer un cheque por la diferencia que te corresponde.

Hasta aquí el problema. La pregunta es ¿por qué importe le hizo Juan el cheque a Pedro?

El problema resulta un poco desconcertante, ya que no nos da información de cuántas cabras vendieron y por lo tanto, no podemos saber cuánto dinero recibieron. No obstante se puede resolver perfectamente pensando un poco.

Respuesta:

a) Sabemos que el número de cabras (sea n) es igual al precio de cada cabra, entonces el monto total recibido por Juan es una cuadrado perfecto (n^2).

b) El problema nos informa que la cantidad de billetes de $ 10.- es un número impar y la cantidad de monedas es un número menor que 10.

c) Para simplificar el razonamiento supongamos que la cantidad de cabras es un número de tres cifras (si fuera de menos o de más cifras el razonamiento es similar). Esa cantidad podemos expresarla (dígito por dígito) como

$$n = c \times 100 + b \times 10 + a.$$

d) El monto que recibió Juan es ese número al cuadrado:

$$n^2 = (c \times 100 + b \times 10 + a)^2 =$$

$$= c^2 \times 10000 + b^2 \times 100 + a^2 + 2 \times b \times c \times 1000 + 2 \times a \times c \times 100 + 2 \times a \times b \times 10$$

e) Vemos que con excepción de a^2, cada uno de los términos de esta última expresión da una cantidad par de decenas. Sólo a^2 puede tener una cantidad impar de decenas.

f) "a" puede ser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ó 9 (No puede ser "0" porque si así fuera no le habrían dado monedas a Pedro). Los cuadrados de esos números son: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 y 81, y solamente 16 y 36 contribuyen con un número impar de decenas. Con lo cual el número de cabras debió terminar en 4 o en 6 para que el cuadrado sea 16 ó 36. Y ambos cuadrados terminan en 6.

g) Entonces Juan debió recibir 6 monedas de $ 1.- que se las dio a Pedro.

h) Y Juan debe hacerle a Pedro un cheque por $ 2, para que junto con las seis monedas reciba $ 8, mientras que Juan -que había recibido $ 10, al devolver $ 2 también se queda con $ 8.-

* Este problema ha sido adaptado de Gardner M. Mathematical magic Show. Vintage Book. 1978, quien lo atribuye a J. Coe, quien lo discutiera en 1950.