

## NECESITO HACER ALGUNOS ARREGLOS EN MI CASA

Adriana Rabino

### Contenidos conceptuales:

- Área de figuras.
- Perímetros de figuras.
- Volumen de cuerpos.
- Áreas de cuerpos
- Proporcionalidad
- Relación área-perímetro de figuras.
- Relación área-volumen de cuerpos.
- Reestructuración de figuras y cuerpos.
- Optimización de áreas, perímetros y volúmenes.
- Uso de escalas.

### Objetivos de la propuesta:

Que el alumno:

- relacione los conceptos de área-perímetro de figuras y de área-volumen de cuerpos.
- comprenda que entre estos conceptos no se establece una relación de proporcionalidad.

### Naturaleza de la propuesta:

De enseñanza. La situación 4 es de aplicación.

### Materiales/recursos:

Instrumentos de geometría (regla, escuadra, compás), calculadora

### Situación problemática

Mis padres quieren remozar su casa. Como yo estudié arquitectura algunos años recurrieron a mí para que los ayude con algunas ideas. Por un lado quieren poner un pileta en el jardín, y para ello necesitan un tanque de reserva de agua sobre el techo de la casa. Además, quieren abrir un ventanal en el living para que sea más luminoso y decorar cada ventana del frente con un borde de madera

### Problema 1

¿Cuál será la forma más conveniente de la pileta para aprovechar mejor el espacio y no gastar tanto material, y cuáles sus dimensiones para contener la mayor cantidad de agua posible? Se pensó en que tenga una profundidad constante, por ejemplo de  $\frac{1}{2}$  metro, para que no sea peligroso para los niños. El lugar del jardín disponible es rectangular de 5,3 metros por 8 metros. La preocupación en economizar el material se debe a que se desea que la pileta esté revestida de cerámicos y éstos son caros.

### Comentarios

Este problema es abierto. Los alumnos pueden presentar distintas alternativas o agregar condiciones (espacio alrededor de la pileta, bordes irregulares o forma de riñón, etc.). La ventaja o no de la irregularidad de los bordes se puede discutir sin necesidad de hacer cálculos.

Mantener la profundidad fija hace que el problema se reduzca a comparar área y perímetro (mayor área y mínimo perímetro de la base).

Se puede analizar qué sucede cuando se tienen en cuenta las dimensiones de los cerámicos, que en general son de 15cm x 15cm o de 20cm x 20 cm (averiguar si hay otras dimensiones en plaza). En este caso, ¿conviene más acomodar las dimensiones de la pileta a los cerámicos o es preferible mantener las dimensiones elegidas y desperdiciar material? Esta discusión tendrá más sentido si se conocen los precios de los cerámicos.

### Problema 2

Para cambiar el tanque de la casa el negocio de materiales ofrece tanques de igual altura, igual perímetro de base y de 4 formas distintas: cilíndrica, cúbica, prismática cuadrangular y prismática exagonal. Es necesario seleccionar de ellos el tanque que puede contener mayor cantidad de agua. Sin hacer cálculo alguno, ¿por cuál optarías?. Explica el por qué de tu elección.

#### Comentarios

En este problema se mantiene fijo el perímetro de la base. El objetivo es que el alumno comprenda que el área máxima es la del círculo. De esta manera el tanque tendría forma cilíndrica, lo cual coincide con la forma de tanques adoptada en general.

### Problema 3

La idea es poner, en el borde superior de cada ventana, una decoración en madera, que al estar a la intemperie, debe ser protegido con cetol. Hay varios modelos de vigas de decoración, pero se seleccionaron estos tres:



Las tablas tienen igual longitud y grosor, pero una es lisa, la otra dentada y la tercera tiene agujeros.

¿Cuál decoración demandará menos cetol?

#### Comentarios

Lo ideal es que los alumnos analicen esta situación sin hacer cálculos. Por ejemplo, si bien en los modelos a) y b), la superficie de frente es la misma ya que con el “dentado” se compensa la cantidad de madera, pintar el borde de abajo requiere más cetol, ya que el borde “dentado” tiene más longitud que el recto. En el modelo c), pueden pensar que al tener agujeros lleva menos pintura, pero... hay que pintar las “paredes del agujero”. Para saber si requiere más, menos o igual cantidad de pintura hay que comparar (pensando al agujero como un cilindro) las dos bases con respecto a la superficie lateral.

### Problema 4

La ventana del living debe ser rectangular. Se requiere que entre mucho sol pero también se requiere economizar la carpintería (el contorno). ¿qué dimensiones y qué forma le darías a la ventana sabiendo que: la pared disponible tiene 4 metros de largo y 1,90 metros de alto, que la ventana tiene que estar a una altura mínima de  $\frac{1}{2}$  metro del piso y a una distancia mínima de  $\frac{1}{2}$  metro del techo?

#### Comentarios

En este problema se puede discutir la dificultad de tener una ventana tan grande: se debe colocar un vidrio de mayor costo que ocupe todo el vano o se debe colocar más carpintería y hacer varias ventanas más chicas. Para ello se pueden averiguar los precios de las distintas calidades de vidrio y hasta qué superficie soportan cubrir. Se puede realizar una tabla comparativa de costos al ir variando el tamaño de la/s ventana/s (cuánto más grande es la ventana, más se reduce el costo de la carpintería pero aumenta el costo del vidrio).

## Desarrollo de la actividad

Trabajo grupal de 4 alumnos.

Se entregan las preguntas de cada problema de a una.

Al cabo de cada situación problemática se realiza una puesta en común y se discuten las estrategias y los resultados. Organizar de tal manera de que se puedan comparar las producciones y discutir los resultados. Cada grupo debe defender su producción o aceptar que la producción de otro puede ser mejor.

### Anticipaciones del docente para cada cuesti

1) Teniendo en cuenta las dimensiones del jardín pueden surgir distintas propuestas de formas. Estarán aquellos que piensen que la pileta puede tener forma circular abarcando el mayor diámetro posible, en ese caso sería de 5,3 metros. Si fuera así, el volumen de agua del estanque tendría como máximo 11,0309 metros cúbicos y la superficie sería de 30,387 metros cuadrados. Otro grupo puede proponer hacerlo de forma cuadrada de 5,3 metros de lado, en tal caso el volumen que podrá contener la pileta será de 14,045 metros cúbicos y la superficie a recubrir de 38,69 metros cuadrados. También podrán proponer utilizar todo el espacio del jardín, con lo cual quedaría un volumen de 21,2 metros cúbicos y una superficie de 55,7 metros cuadrados. Puede haber formas más complicadas como por ejemplo uniendo los puntos medios de los lados; de esta forma queda un rombo, siendo su volumen de 10,6 metros cúbicos y su superficie de 30,8 metros cuadrados, u otras irregulares. Se puede discutir qué sucede cuándo agregamos más irregularidades. Se puede sugerir volcar los datos en una tabla para poder hacer un estudio comparativo, por ejemplo:

Forma	Volumen en m <sup>3</sup>	Superficie en m <sup>2</sup>	Espacio alrededor en m <sup>2</sup>
Circular	11	30	20
Cuadrada	14	38	13,5
Rectangular	21	56	0
romboidal	10,5	31	21

(Se redondearon los resultados para facilitar la comparación). Puede haber algún grupo que trate de hacer algún contorno decorativo del estanque (por ejemplo de entradas y salidas). Se puede comprobar que aunque el volumen se compense, llevará mucho más material de revestimiento.

Se les puede preguntar, en caso de elegir la circular, si conviene más hacer un solo estanque o cuatro “estanquecitos” que tengan la cuarta parte del diámetro.

Si bien examinando la tabla pueden comprobar que volumen y superficie no crecen en forma proporcional, es probable que contesten (al tratarse de la misma forma) que sea lo mismo, por lo menos el volumen. Calculando verán que el volumen de 4 estanquecitos será  $0,689 \text{ metros cúbicos} \times 4 = 2,75 \text{ metros cúbicos}$  (la cuarta parte del volumen anterior). Analizando las fórmulas se puede ver que si bien el Pi se mantiene y la altura de los estanques también, al elevar al cuadrado  $R/4$ , queda dividido por 16, con lo cual el volumen se achica mucho más (precisamente cuatro veces). ¿Qué pasará con la superficie? Como es lo que hay que economizar, a lo mejor conviene aunque el volumen sea menor. Calculando se llega a que la

superficie de los 4 estanquecitos será  $3,48 \text{ metros cuadrados} \times 4 = 14 \text{ metros cuadrados}$ , lo que representa la mitad de la superficie anterior, con lo cuál, si se trata de economizar superficie no es éste el camino más eficiente. Se verá entonces que volumen y superficie tampoco se corresponden en una proporcionalidad con las dimensiones lineales.

2) Es probable que los alumnos contesten que da lo mismo, ya que todas las dimensiones son iguales.

3) Es probable que los alumnos piensen que si tiene la misma cantidad de madera, como a) y b) el costo de cetol sea el mismo, y que el c), por tener agujeros lleve menos pintura.

4) Teniendo en cuenta las condiciones, la altura de la ventana queda acotada en 90 centímetros. Es muy probable que los alumnos trabajen con formas rectangulares, pensando que el ancho máximo es de 4 metros. En este caso se puede presentar el problema de que no se puede colocar un vidrio con semejante ancho sin poner carpintería en el medio (lo cual elevaría los costos) o sin colocar un vidrio especial que también sale muy caro. Algunos pueden decir que achicando la altura se corre menos riesgo de que se rompa el vidrio, pero si queremos que entre mucho sol, hay que optimizar la superficie de la ventana. (maximizándola) y optimizar el contorno (minimizándolo). Se puede hacer una tabla de valores con ancho y largo y comparar los resultados. Habrá quien proponga hacer varias ventanas en vez de una; se puede discutir qué pasa con la carpintería.

### **Problemas de aplicación**

1) Encontrar ejemplos de situaciones en que:

- a) se mantenga la superficie de un cuerpo y varíe su volumen;
- b) se mantenga el volumen y varíe la superficie.

2) Explicar por qué para encender un fuego con leña cortamos astillas y para que el fuego se mantenga colocamos un leño más grande.

3) En los supermercados, los envases más comunes tienen forma cilíndrica (botellas de aceite, latas de conserva, botellas de jugo, etc.). ¿Podrías explicar ventajas y desventajas de la elección de este formato?

### **Problemas de desafío**

1) Explicar por qué para romper el hielo utilizamos un elemento punzante.

2) ¿Por qué las chapas de los techos (fibrocemento o cinc) son acanaladas?