

ESCUELA DE OTOÑO 2009
GPDM
SAN CARLOS DE BARILOCHE



Escuela Woodville, 5º grado

Docente observada: *Ma. de los Ángeles Biedma (Nane)*

Docentes observadores: *Azucena Riechert (Coordinadora)*

Teresa Antista (Tierra del Fuego)

Graciela Madariaga (R. Negro)

Gladys Perrone (Buenos Aires)

NANE EXPLICA SU PLANIFICACIÓN Y NARRA QUE PASÓ EN SU CLASE DE CADENAS. ADEMÁS, ADJUNTA DOS REGISTROS DE OBSERVACIÓN HECHOS POR PARTICIPANTES DE LA ESCUELA DE OTOÑO QUE ASISTIERON A SU CLASE.

PLANIFICACIÓN DE LA CLASE : Escuela de Otoño 2009

Docente: Ma de los Ángeles Biedma

Escuela: Woodville

Grado: 5º

Tema: Cadena de cuentas de multiplicación y división.

Una cadena de cuentas es una serie de problemas de cálculo relacionados pero sencillos (es un contexto matemático puro) que están elegidos especialmente para generar en los alumnos estrategias de cálculo rápidas, eficientes y confiables y descubrir propiedades de los números y de las operaciones.

En cada eslabón, o paso de la cadena, se aprovecha para avanzar en el pensamiento numérico de los alumnos.

Objetivos:

- Desarrollar el sentido del número y de las operaciones.
- Descubrir y poder verbalizar propiedades de los números y de las operaciones en las cadenas.
- Determinar cómo se afecta el resultado al modificar alguno de los números intervinientes en los cálculos.
- Comparar las propiedades de la multiplicación con las propiedades de la división cuando se afecta algún número de las mismas.

Los alumnos ya han trabajado antes otras cadenas de multiplicación, pero no cadenas de división. Seguramente no van a tener problemas en resolver ambas cadenas y en poder relacionarlas.

Los modelos que pueden salir para resolver las operaciones son: líneas numéricas, tabla de razones, modelo rectangular y descomposición de números usando la propiedad distributiva.

Las cadenas a ser trabajadas y mis soluciones anticipadas son:

Primera cadena: Multiplicación.

CÁLCULO	COMO LO PENSÉ
12 X 3 = 36	ya lo sabía. $10 \times 3 = 30$ y $2 \times 3 = 6$
12 X 6 = 72	doblo del anterior
13 x 6 = 78	una vez más 6
13 x 7 = 91	trece más que el anterior
13 x 9 = 117	26 más que el anterior
13 x 70 = 910	es $13 \times 7 \times 10$
26 x 35 = 910	26 es el doble de 13 y 35 la mitad de 70, entonces es lo mismo que el anterior
13 x 71 = 923	le agrego 13 a 910
69 x 13 = 897	le saco 26 al anterior
---- x ---- = ----	
---- x ---- = ----	

Preguntas al terminar la cadena

¿Qué descubrimos?

¿Qué pasa en el resultado si multiplicamos algún factor? ¿Y si multiplicamos los dos factores?

¿Qué pasa en el resultado si sumamos algo a un factor?

Propiedades de la multiplicación que pueden ver los alumnos:

- Si multiplico un factor por un número cualquiera y el otro factor queda igual, el producto también se multiplica por ese número.
- Si a un factor lo multiplico por un número y al otro factor lo divido por ese número, el producto queda igual porque son operaciones inversas, en este caso equivale a multiplicar por 1.
- Si le sumo o resto un número cualquiera a un factor, al producto se le suma o resta dicho número multiplicado por el otro factor.

Segunda cadena: División:

CÁLCULO	CÓMO LO PENSÉ
$150 : 3 = 50$	ya lo sabia
$150 : 30 = 5$	si multiplico el 3 por 10 en el resultado se divide por 10
$75 : 3 = 25$ por 5	75 es la mitad de 150 y 30 lo divido por 10, el resultado es por 5
$75 : 15 = 5$	como 3×5 es 15 el resultado es dividido 5
$78 : 3 = 26$ es 1 más	relacionada con la tercera se le agrega 3 más, en el resultado es 1 más
$84 : 3 = 28$ más	se le agrega 6 más con la anterior, en el resultado le agrego 2 más
$84 : 6 = 14$	el divisor es el doble de la anterior, el cociente es la mitad
$48 : 12 = 4$	ya lo sabía
$120 : 12 = 10$	ya lo sabía
$168 : 12 = 14$	suma de los dos anteriores.

Propiedades de la división que pueden hallar al terminar esta cadena:

- Si se multiplica el divisor por un número, se divide el cociente por dicho número.
- Si aumenta el dividendo en un múltiplo del divisor, el cociente aumenta tantas unidades como el número de veces que el divisor entra en el múltiplo (o al cociente anterior hay que sumarle el resultado de dividir el múltiplo por el divisor).

NARRATIVA DE LA CLASE

Docente: Ángeles Biedma

Grado: 5º

Escuela: Woodville

Contenido trabajado: Cadenas de cuentas de multiplicación y división.

La clase fue observada por cinco personas. El grupo de alumnos eran 12 ya que habían faltado algunos alumnos.

Coloqué papeles afiches en el pizarrón de dos colores diferentes, azul para la cadena de multiplicación y fucsia para la de división.

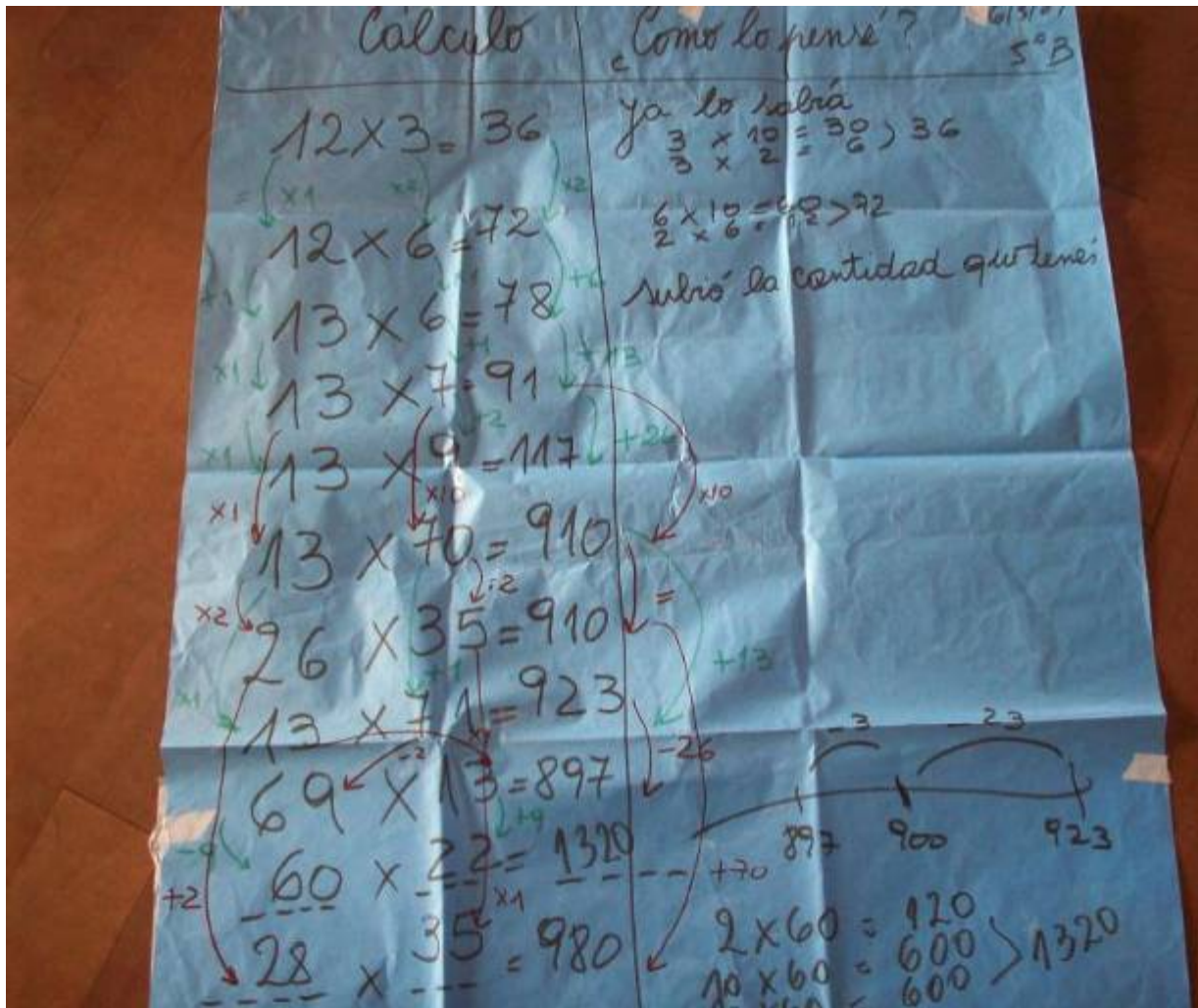
Las cadenas se realizaron en forma colectiva donde se resolvía eslabón por eslabón. La participación por parte de los chicos fue muy buena, trabajaban con soltura y confianza. Algunos en su entusiasmo no dejaban participar a todos o decían las respuestas antes de lo esperado.

En la de multiplicación todos siguieron la cadena sin dificultad y sin necesidad de recurrir al papel para resolver, si no que todos sus cálculos fueron mentales, relacionando los eslabones y ahorrándose así tener que hacer las cuentas cuando fue mayor el nivel de complejidad numérica.

Utilizaban el vocabulario adecuado para nombrar los números intervinientes en los cálculos. En el caso de la multiplicación hablaban de factores y producto y en la división de divisores, dividendo y cociente.

Para resolver sus cálculos salieron modelos como los de la línea numérica y la descomposición usando la propiedad distributiva.

No usaron todos los modelos previstos en mi planificación, pues en general pudieron trabajar fácilmente a nivel mental relacionando cálculos, no les resultó difícil como para tener que usar modelos más explícitos (tabla de razones o modelo de área)



Al finalizar la primera cadena pudieron descubrir dos propiedades de la multiplicación y dos alumnos mostraron en qué lugar de la cadena veían que se cumplía esto. Costó verbalizar las propiedades, pero entre ellos se ayudaban para armar mejor la oración (esto sorprendió mucho a uno de los observadores).

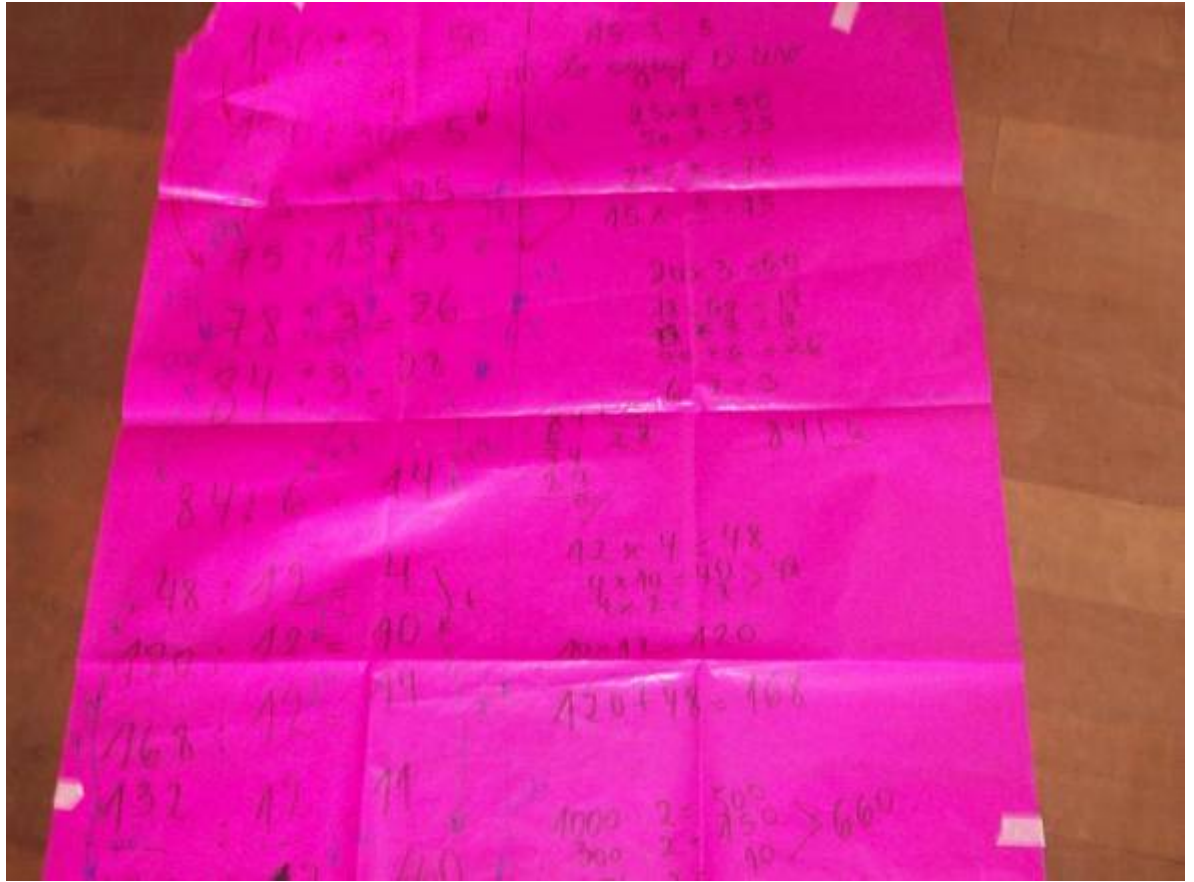
Hubo una producción libre de un alumno que propuso 60×22 y quiso extender la regla de multiplicar y dividir por un mismo número (lo cual hace que el resultado no se modifique) a sumar y restar un mismo número a los factores de la multiplicación (quitando 9 a 69 y agregando 9 a 13 en la multiplicación realizada $69 \times 13 = 897$ - ver foto superior). Así pudimos comprobar que el resultado se afecta y no era válida la afirmación realizada por este alumno

No habíamos trabajado con cadenas de dividir para ver cómo se afecta el resultado al afectar los números intervinientes. Cuando hicimos la cadena de división, que era la primera vez para ellos, al principio algunos confundían que era lo que aumentaba en el cociente, por ejemplo: $75 : 3 = 25$

$$78 : 3 = 26$$

Algunos alumnos decían que si se le aumentaba 3 al dividendo se debía aumentar también 3 al cociente, otros en cambio decían que no, que el resultado era 26, esto fue un momento de debate entre ellos.

Se contextualizó esta situación pensando en una cantidad de dinero que se reparte entre varias personas y así pudieron entender y continuar la cadena después sin error. Para esta cadena algunos tenían que hacer las divisiones en el papel y utilizaron el algoritmo tradicional.



Cuando terminó la cadena, les pregunté a los chicos qué descubrieron con esta actividad y un alumno dijo “Aprendimos a dividir”. Yo le aclaré que a dividir ya sabían porque estaba buscando que me dijeran las propiedades. Este aporte fue muy positivo, lo podría haber tomado para ver qué estaba diciendo el alumno, pero a mí se me pasó!!!!. ERA CIERTO QUE ESTABAN APRENDIENDO QUÉ ERA LA DIVISIÓN (lo que no se reduce a saber calcular resultados)

Al finalizar, también se formularon dos propiedades para esta cadena y mostraron en ella (pasando al frente indicando en la lámina) dónde se cumplían las mismas. En el afiche siguiente dice: ¿QUÉ DESCUBRIMOS?

- SI LE SUMAS AL DIVIDENDO UN NUMERO, EN EL COCIENTE SE LE AGREGA CUANTAS VECES ENTRA EN EL EN DIVIDENDO.
- CUANDO EL DIVISOR SE AUMENTA EL COCIENTE DISMINUYE.

REGISTRO DE LOS OBSERVANTES:

Profesora: Graciela Madariaga.
5º Escuela Woodville.
Docente: Nane

La seño nos recibe y presenta.

Ha pegado dos afiches en el pizarrón, uno de color azul y otro rojo.

Instala, involucra a los alumnos comentándoles que harán una cadena y que habrá sorpresa, por eso el afiche de otro color.

Doc: Voy a escribir 12×3

A: 36 ya lo sabía

A : $3 \times 10 = 30$ y $2 \times 3 = 6$ da 36

A: $12 + 12 + 12 = 30 + 6$

Doc: ¿Cómo lo pensaste?

Doc: ¿Alguien pensó de otra manera?

Vamos a la segunda. 12×6 . No solamente que lo resuelvan sino también que la relacionen

A: $6 \times 10 = 60$

$2 \times 6 = 12$ $60 + 12 = 72$

Doc: ¿Qué pasa si ahora pongo? 13×6
tenés que multiplicar

A: subió la cantidad que

¿En cuánto aumenta?

A: un factor queda igual

A: en uno.

Doc: ¿Qué pasa ahora para 13×7 ?

A: 91

¿Cómo lo pensaste?

A: el primer número

queda igual y el 2º aumenta en uno.

Doc: ¿Cómo se llaman los números en una multiplicación?
factor

A: primer

producto.

A: 2º factor y al resultado

Doc: ¿Y ahora 13×9 ?

A: 117

¿Cómo lo supiste? ¿Cómo lo relacionaste?
igual y el 2º le sumé 2.

A: El 1º factor queda

Doc: Sumas 2 que?

A: dos veces más 13.

Doc: plantea 13×70
por 1 ya l segundo

A.: Al primero lo multiplicas

7×10 .

El resultado de $13 \times$

7 ahora es 70×13 .

Doc: escribe 26×35
por 2 y el 2º lo dividís por 2

A: Al primero lo multipliqué

Doc: ¿Qué ocurre? ¿por qué ocurre esto?
multiplicar y dividir son contrarias

A: el resultado queda igual

A: por que es

Doc: y ahora 13×70

A: 923

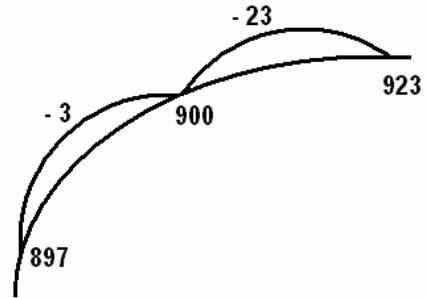
¿Cómo lo pensaste?
una vez más 13 por que es 71 es 923

A: Porque $13 \times 70 = 910$ y

Doc: 13×69
el papel?
Doc: si Manu, desde ya
.....
Doc: ¿Quién da más?

A: ¿Puedo hacer la cuenta en

A: 825,823,828



Plantea la línea numérica para resolver la resta

Doc: Hasta ahora yo elegí las cuentas, ahora ustedes van a inventar una
Sol plantea 60×13
Doc: ¿con cuál la relacionaste?
13 queda igual

Sol: a 69 le resto 9 y el

A: $2 \times 60 = 120$
 $10 \times 60 = 600$

1320

$60 \times 10 = 600$

Doc: ¿Este es el resultado 1320?

¿Qué ocurre? Podemos relacionarlo? Me parece que es un disparate, veamos

Doc: vamos a anotar que descubrimos en el afiche
establecer una relación pero no se entiende.

A: comienza a

Doc: Vení y decime en la cadena lo que piensas.
lo dividís y al otro lo multiplicas, queda igual

A: Cuando a uno

cadena)

(Muestra en la

Doc : Ayudenme a escribir lo que dijo Yasmin
para plasmar la idea de Yasmín.

A: Algunos aportan

Doc: ¿porqué?
opuestos.

A: por que son

Doc: Voy a decir que son inversos

A: quiere

Doc: ¿Qué otra cosa descubrimos que podemos anotar?
enunciar una relación, se le hace costoso hacerla clara.

A: no

Doc: ¿Se entendió?

A: vuelve a decir la

Doc: es difícil lo que quiere explicar Anita.
relación pero con mucha dificultad.

D: ¿Cómo escribimos eso?
nada.

A: no lo escribimos

A: es muy complicado.

D: Ahora.... Chan chan.... En este afiche, vamos a realizar una cadena pero de
división.

A: cuentan que hicieron el año pasado, que no lo entendieron...

D: plantea $150 : 3$	A: 50
D: ¿Cómo lo pensaste?	A: $15 : 3 = 5$ por lo tanto
$150 : 3 = 50$	
D: y ahora $150 : 30$	A: que el 150 es el mismo
y el 30 es por 10	
D: entonces decimos.....¿Qué pasó acá?	A: por 1
D: y aquí?	A: por 10
D: El cociente será menor o mayor	A: menor
D: porque?	A: P.....
	A: creo que no se puede.
D: pensemos si tenemos 150 pesos para repartir y darle a 30 personas, voy a darle más o menos que a 3 personas?	
	A. menos
D: ¿qué ocurre $150 : 3 = 50$	
$150 : 30 =$	A: por 1 y aquí por 10
D entonces?	A: es menor
D:¿Cuánto menor?	A: 10
D: ahora plantea $75 : 3$	A: dividido 2
D: ¿Cómo lo relacionaron?	A: del dividendo
D; ¿Desde dónde?	A: dividido 10
D: y el resultado? Es mayor o menor?	A:
.....	
D: veamos. Si aca es dividido 2 y aquí es dividido 10 o sea tenemos menos plata y menos somos para repartirla	
	A: menor
	A: ¿¿
D: ¿Cómo lo pensamos?	A: Vamos hacer esto
toda la hora?	
D: probablemente. Juan estás dormido?	
D: Plantea $78 : 3$	A: A mi costó relacionar
entonces hice la cuenta $20 \times 3 = 60$ y	
	Luego pensé $78 -$
$60 = 18$ y 18 está en la tabla del 6	
D: $84 : 3$	A: puedo hacer la cuenta
(Hace el algoritmo tradicional) da 28	
D: necesitaste hacer la cuenta	A: si
D: $68 : 12$	A: lo multiplicas por
....., lo dividís por entonces el	
.....	Resultado es
D: $120 : 12$	A: si multiplicas el primer
número y dividís el segundo	
D: $168 : 12$	A: si sumas a un número
y al otro lo multiplicas.....	
D: Ahora veamos que descubrimos	A: s le sumás al
primer número en el cociente se le agrega	
D. Alguien puede decir?	A: Cuantas veces entra
en el dividendo	
D: ¿Cómo podemos escribir lo que estamos diciendo?	A: ¿Cómo se
llama el segundo número?	
Ayúndeme	A: divisor

cociente.....(no puede terminar la idea)
 D: veni a mostrarme lo que quieres decir
 se aumenta el cociente disminuye.
 D. siempre y cuando el dividendo sea el mismo.
 D: alguien quiere agregar algo más?

A: Cuando el

A: Cuando el divisor

A: no

A: silencio.

Registro de Observación de Clase.

Escuela: Woodville

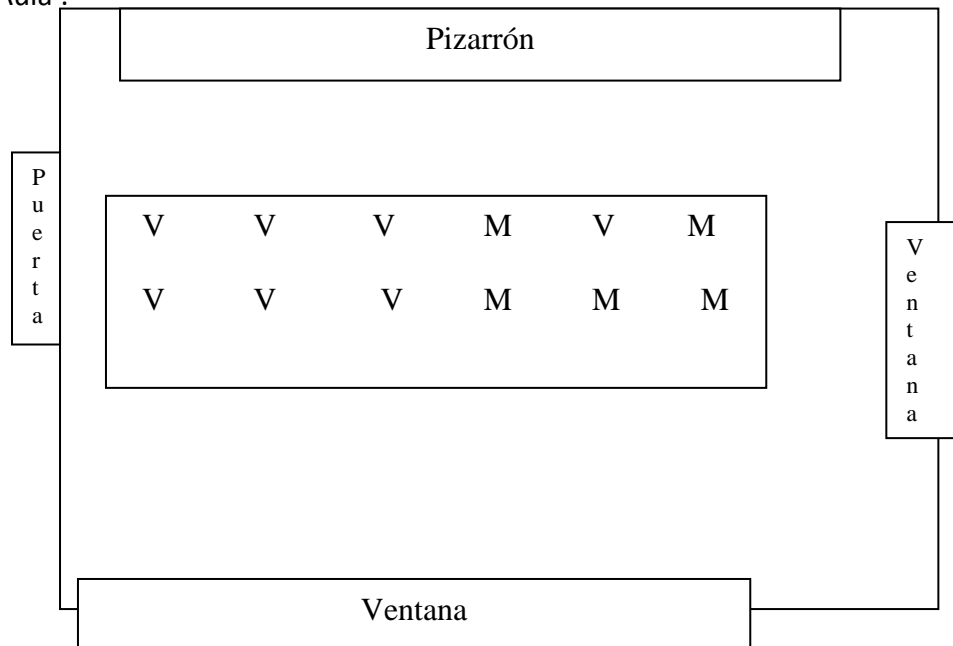
Grado: 5to B

Fecha: 06/05/09

Docente: Nane

Observante: Teresa Antista.

Aula :



La docente nos presenta y coloca afiches en blanco en la pizarra.

Tema: Cálculo mental multiplicativo. Modelo: Cadena de cálculo.

Intervinientes	Intervención
Docente (D)	Vamos a trabajar en Matemática. Cierren todo y saquen una

	hoja en blanco. Vamos a ver 2 cadenas. Una de multiplicación que ya conocen y la otra es una nueva. Coloca 4 afiches (dos azules y dos rosas)				
Alumno 1 (A1)	Y acá? (señala la hoja en blanco)				
D	Por si la necesitan. Yo voy a ir escribiendo en el afiche si Uds. necesitan hacer una cuenta la hacen en la hoja. Afiche:				
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">Cálculo</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">¿Cómo lo pensé?</td> </tr> <tr> <td style="height: 40px;">_____</td> <td></td> </tr> </table>	Cálculo	¿Cómo lo pensé?	_____	
Cálculo	¿Cómo lo pensé?				

	Empezamos con algo fácil				
A2	¿Hay que copiarla?				
D	Coloca en el afiche 12×3				
A2	36				
D	¿Cómo lo pensaste?				
A2	Haciendo las 3 cuentas $3 \times 1 = 3$ y $3 \times 2 = 6$ 36				
D	$3 \times 10 = 30$ $3 \times 2 = 6$ Suma = 36				
D	Ahora 12×6 . No solo les pido que lo hagan sino que lo relacionen.				
A3	$x 2 \left\{ \begin{array}{l} 12 \times 3 \\ 12 \times 6 \end{array} \right\} x 2 = 36 \times 2$				
A4	$6 \times 10 = 60$ $2 \times 6 = 12$ $60 + 12 = 72$				
D	13×17				
A3	El mismo que el anterior solo que + 13				
D	Qué pasó aca? $x 1 \left\{ \begin{array}{l} 13 \times 6 \\ 13 \times 7 \end{array} \right\} + 1 = + 1$ equivale a una vez más 13 <i>Seguimos</i> 13×9				
A2 . A4	Le sumo 26				
D	Que opinan?				
A1	Si				
D	2 veces que?				
A4	2 veces 13				
D	13×70				
A5	Es especial x 10 $13 \times 7 = 91$ $13 \times 70 = 910$				

D	26 x 35 ahora cambia?
A7	En el 13 es el doble y en el 35 es la mitad el resultado es igual
D	Por qué? Qué pasa cuando a un número le sumas otro y después le restas el mismo que le sumaste? O si a un número lo multiplicas por otro y después lo dividís por el mismo que le multiplicaste?
A3	Son opuestos
D	$13 \times 70 + 13 = 923$ lo relacioné con 13×70 y una vez mas 13
D	69×13
A7	Podemos hacer la cuenta en el papel? (la hace)
A5	$69 \times 71 - 26$, es decir $-13 -13 = 923 - 26$
D	Qué me conviene más sacar? (plantea la resta en la recta) $\begin{array}{ccccccc} & & - 3 & & & -23 & & & \\ & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ 897 & & & & 900 & & & & 923 \end{array}$
D	Hasta acá llegué yo, ahora lo siguen Uds.
A9	A ver, 60×22
D	Con cual lo relacionaste? Con 69×13 ?
A9	Si, a 69 le saco 9 y a 13 le agrego también 9, el resultado es igual
D	Como lo podemos comprobar? $2 \times 60 = 120$ $10 \times 60 = 600$ $10 \times 60 = 600$ o sea $(2 + 10 + 10) \times 60 = 22 \times 60$ $120 + 600 + 600 = 1320$ ¿Es lo mismo? ¿Qué pasó?
A1	Porque es la med.. (no entiendo lo que escribí)
D	Porque esa regla en este caso nos sirve cuando multiplicamos y después dividimos.
A3	28×35
D	¿Con cual la relacionas?
A3	Con la de 26×35 $+ 2 \left\langle \begin{array}{l} 26 \times 35 \\ 28 \times 35 \end{array} \right\rangle$ al resultado le agrego 2 veces $35 = 70$
D	Seguros? Vamos ahora a anotar lo que descubrimos en esta cadena (segundo afiche). Miren, piensen.
A11	Al primer factor.....(le cuesta expresarlo)
D	Vení, mostrame en la cadena
A9	Si a uno lo multiplico por 2 y el otro lo divido por 2, el resultado es el mismo $x2 \left\langle \begin{array}{l} 13 \times 70 \\ 26 \times 35 \end{array} \right\rangle : 2$

D	En el afiche: Si un factor lo multiplico por un número y después lo divido por el mismo número, el producto va a ser igual porque son inversos. Otra regla...
A10	Cuando sumas o restas, el número se cambia restándole o sumándole
D	Se entendió? Es difícil!!!
A11	Las veces
D	Como escribimos eso?
A5	No lo escribimos
D	Se entendió??
clase	si
D	Vamos a otra cadena. De división
clase	El año pasado no entendíamos nada
D	15:3
A2	5, lo se
A2	150:3 = 50 150:30 = 5 Le agregué el 0 que le saqué al 50
D	75:3
A5	:2 $\left\{ \begin{array}{l} 150:3 = 50 \\ 75:3 = 25 \end{array} \right\} :2$
D	Están de acuerdo?
A3	Si porque 25 x 3 es 75, ya lo sabía.
D	75: 15 el cociente es mayor o menor que el anterior?
A1	menor
D	Si tuviésemos que repartir.
A4	No entiendo bien, creo que no se puede dividir porque queda resto
D	Probemos x1 $\left\{ \begin{array}{l} 75:3 = 25 \\ 75:15 = 5 \end{array} \right\} :5$ 15x..... = 75 :2 $\left\{ \begin{array}{l} 150:30 = 5 \\ 75:15 = 5 \end{array} \right\} \times 2$ 78:3
	Un alumno hace cuentas con lápiz y papel (hace la cuenta de dividir convencional)
A5	+3 $\left\{ \begin{array}{l} 75:3 = 3 \\ 78:3 = 25 \end{array} \right\} ??$

D	Veamos, si tengo 3 \$ más para repartir entre los 3 chicos; puedo repartir una vez mas a cada uno
A5	A mi me costaba, entonces traté de hacer la cuenta $20 \times 3 = 60$ $78 - 6 = 18$ 18 está en la tabla del 3 $6 \times 3 = 18$ Entonces $20 + 6 = 26$
D	84:3
	4 alumnos levantan la mano
A6	Da 24, 28 perdón.
D	28
A 6	+ 6 $\left\{ \begin{array}{l} 78:3 = 26 \\ 84:3 = 28 \end{array} \right\}$ el resultado es + 2, porque $3 \times 2 = 6$
A5	Hace la cuenta
D	84 : 6
A2,... A3	Se dispersan, algunos
A1	A mi me dio 14
D	A todos les dio 14?
A5	Es igual a la mitad de 28 porque tengo el doble de personas (lo relaciona con (84 : 6)
D	48 : 12
A1	4
D	Por qué?
A1	$12 \times 4 = 48$
D	Era la mitad? $\left\{ \begin{array}{l} 84:6 = 26 \\ 48:3 = 12 \end{array} \right\}$ se pueden relacionar? Era una trampa. 120 :12
A5, 6	10
D	Da 10 porque ya lo sabían $10 \times 12 = 120$
A5	$120 - 48 = 84$
D	No, no da. Otro 168: 12 $48 : 12 = 4$ $120 : 12 = 10$
A3	Da 14
D	A ver, sigan mi razonamiento. $48 : 12 = 4$ $120 : 12 = 10$ $168 : 12 = 14$ Alguien quiere inventar?
A	No, no

D	Están cansados?
A	Si
D	Vamos a ver: qué descubrimos en esta cadena?
A5	Que aprendimos a dividir!!
D	No, si a dividir ya sabían
A5	Si en un número, al primero le aumento, se aumenta el cociente
D	Se entiende? Como lo podemos poner? (Coloca en el último afiche las reglas nuevas que descubren) . Si le sumamos al dividendo un número, en el cociente se le agrega cuantas veces cuantas veces
A2	Pusiste cuantas veces cuantas veces
A1	Como se llaman los números?
D	Dividendo, divisor, cociente
A	Cuando el divisor aumenta el cociente no va a tener 1 más
D	Cuando el divisor se aumenta el cociente disminuye... Siempre y cuando el dividendo sea el mismo.